CONCURSO DE ADMISSÃO
AO
CURSO DE FORMAÇÃO E GRADUAÇÃO

MATEMÁTICA

CADERNO DE QUESTÕES

2014/2015

1ª QUESTÃO	**Valor: 1,00**

Determine os valores reais de x que satisfazem a inequação:

$$\frac{4}{\log_3 x^2 - 2} + \log_x \frac{1}{9} > 1$$

2ª QUESTÃO	**Valor: 1,00**

Encontre as soluções reais da equação:

$$\sqrt{x + \sqrt{4x - 4}} + \sqrt{x - \sqrt{4x - 4}} = \sqrt{x + 3}$$

3ª QUESTÃO	**Valor: 1,00**

Descreva o lugar geométrico do número complexo z que atende à equação

$$arg(z - z_1) - arg(z - z_2) - arg(z - z_3) = k\pi,$$

em que z_1 é real, z_2 e z_3 são complexos conjugados com parte imaginária não nula e k é um número inteiro.

Obs: $arg(z)$ é o argumento do número complexo z.

4ª QUESTÃO	**Valor: 1,00**

Seja n um inteiro positivo cuja representação decimal é $a_m...a_1a_0$ e f a função que troca a posição dos dígitos a_{2i} e a_{2i+1}, de forma que $f(a_{2k+1}\, a_{2k}...a_1a_0) = a_{2k}a_{2k+1}...a_0a_1$. Por exemplo:

f(123456) = 214365

f(1034) = 143

f(123) = 1032

f(10) = 1

Determine o menor número maior que 99 que satisfaça à equação

$$x^2 = 9x + 9f(x) + \ (f(x))^2$$

5ª QUESTÃO	**Valor: 1,00**

Um tetraedro regular, com arestas de comprimento igual a *d*, é cortado por 2 planos paralelos entre si e a uma das bases, dividindo-o em 3 sólidos de volumes iguais. Determine a altura de cada um destes 3 sólidos em função de *d*.

6ª QUESTÃO	**Valor: 1,00**

Pelo ponto *P* de coordenadas (-1,0) traçam-se as tangentes *t* e *s* à parábola $y^2 = 2x$. A reta *t* intercepta a parábola em *A* e a reta *s* intercepta a parábola em *B*. Pelos pontos *A* e *B* traçam-se paralelas às tangentes encontrando a parábola em outros pontos *C* e *D*, respectivamente. Calcule o valor da razão *AB*/*CD*.

7ª QUESTÃO	**Valor: 1,00**

Num triângulo *ABC* isósceles, com ângulos iguais em *B* e *C*, o seu incentro *I* se encontra no ponto médio do segmento de reta que une o seu ortocentro *H* a seu baricentro *G*. O segmento de reta *AG* é menor que o segmento de reta *AH*. Os comprimentos dos segmentos de reta *HI* e *IG* são iguais a *d*. Determine o perímetro e a área desse triângulo em função de *d*.

8ª QUESTÃO	**Valor: 1,00**

De quantas maneiras podemos decompor um eneágono convexo em triângulos traçando suas diagonais, de forma que essas diagonais não se cortem.

9ª QUESTÃO	**Valor: 1,00**

Sejam S = a+b+c e P = a.b.c. Calcule o determinante abaixo unicamente em função de S e P.

$$\begin{vmatrix} a^2+(b+c)^2 & 2b^2 & (a+b)^2+c^2 \\ 2a^2 & (a+c)^2+b^2 & (a+b)^2+c^2 \\ a^2 & b^2 & (a+b)^2 \end{vmatrix}$$

10ª QUESTÃO	**Valor: 1,00**

Os coeficientes $a_0, \ldots, a_{2014}$ do polinômio $P(x) = x^{2015} + a_{2014}x^{2014} + \ldots + a_1x + a_0$ são tais que $a_i \in \{0,1\}$, para $0 \leq i \leq 2014$.

a) Quais são as possíveis raízes inteiras de P(x)?

b) Quantos polinômios da forma acima têm duas raízes inteiras distintas?