



**CONCURSO DE ADMISSÃO
AO
CURSO DE FORMAÇÃO E GRADUAÇÃO
MATEMÁTICA**



CADERNO DE QUESTÕES

2013/2014

1ª QUESTÃO

Valor: 1,0

O polinômio $P(x) = x^5 - 3x^4 + 10x^3 - 30x^2 + 81x - 243$ possui raízes complexas simétricas e uma raiz com valor igual ao módulo das raízes complexas. Determine todas as raízes do polinômio.

2ª QUESTÃO

Valor: 1,0

Calcule o determinante abaixo, no qual $\omega = \operatorname{cis} \frac{2\pi}{3}$ e $i = \sqrt{-1}$

$$\begin{vmatrix} 1 & \omega & 0 & i \\ i & 1 & -i & \omega^2 \\ 1-i & \omega & i-1 & 1 \\ 0 & \omega & 1 & i \end{vmatrix}$$

3ª QUESTÃO

Valor: 1,0

Determine o(s) valor(es) de x , inteiro(s) e positivo(s), que satisfaz(em) a equação

$$x^2 = \sum_{y=1}^x \left[\prod_{z=0}^{y-1} (y-z) \right]$$

4ª QUESTÃO

Valor: 1,0

Resolva a equação $(\log_{\cos x} \sin^2 x) \cdot (\log_{\cos^2 x} \sin x) = 4$

5ª QUESTÃO

Valor: 1,0

Seja $ABCD A'B'C'D'$ um prisma reto de base retangular $ABCD$. Projeta-se o ponto médio M da maior aresta da base sobre a diagonal AC , obtendo-se o ponto P . Em seguida projeta-se o ponto P na face oposta, obtendo-se o ponto N . Sabe-se que $|\overline{NA}^2 - \overline{NC}^2| = k$. Determine o comprimento da menor aresta da base.

6ª QUESTÃO**Valor: 1,0**

Calcular o valor da expressão abaixo

$$\sqrt[3]{\underbrace{370370 \dots 037}_{89 \text{ algarismos}} - \underbrace{11 \dots 1}_{30 \text{ algs "1"}} \underbrace{00 \dots 0}_{30 \text{ algs "0"}}}$$

Obs: algs = algarismos

7ª QUESTÃO**Valor: 1,0**

O lado $\overline{BC}$ de um triângulo ABC é fixo e tem comprimento a . O ortocentro H do triângulo percorre uma reta paralela à reta suporte de $\overline{BC}$ e distante $\frac{a}{4}$ da mesma.

- a) Determine o lugar geométrico do ponto A quando H varia.
 b) Determine o valor máximo da área do triângulo ABC quando A e H estão no mesmo semi-plano definido pela reta suporte de $\overline{BC}$.

8ª QUESTÃO**Valor: 1,0**

Um professor dá um teste surpresa para uma turma de 9 alunos, e diz que o teste pode ser feito sozinho ou em grupos de 2 alunos. De quantas formas a turma pode ser organizar para fazer o teste? (Por exemplo, uma turma de 3 alunos pode ser organizar de 4 formas e uma turma de 4 alunos pode se organizar de 10 formas)

9ª QUESTÃO**Valor: 1,0**

Resolver o sistema de equações $\begin{cases} \sqrt{x} - \sqrt{y} = \log_3 \frac{y}{x} \\ 2^{x+2} + 8^x = 5 \cdot 4^y \end{cases}$

10ª QUESTÃO**Valor: 1,0**

Sejam p o semiperímetro de um triângulo, S sua área, r e R os raios de suas circunferências inscrita e circunscrita, respectivamente. Demonstre que vale a seguinte desigualdade

$$\frac{2\sqrt{3}}{9}S \leq r \cdot R \leq \frac{2p^2}{27}$$