



CONCURSO DE ADMISSÃO
AO
CURSO DE GRADUAÇÃO E FORMAÇÃO
MATEMÁTICA



CADERNO DE QUESTÕES

2022/2023

1ª QUESTÃO

Valor: 1,0

Determine o(s) valor(es) real(ais) de x tal(is) que

$$x = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & x \end{vmatrix}$$

2ª QUESTÃO

Valor: 1,0

Seja $S = (1 + \operatorname{tg}(\alpha) + \sec(\alpha))(1 + \operatorname{cotg}(\alpha) - \operatorname{cossec}(\alpha))$.

Mostre que o valor de S é um número inteiro para todo valor do ângulo α diferente de $\frac{k\pi}{2}$, com $k \in \mathbb{Z}$ e calcule esse valor.

3ª QUESTÃO

Valor: 1,0

Determine a soma de todos os valores reais de k para os quais o sistema

$$\begin{cases} \sqrt{x^2 + 2x + 1} + |y - 2| = \frac{1}{2} \\ x^2 + 36y^2 = 2(kx + 72y) - 140 - k^2 \end{cases}$$

possui solução única, sabendo que $x, y \in \mathbb{R}$.

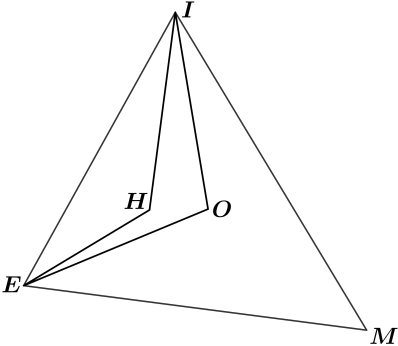
4ª QUESTÃO

Valor: 1,0

Sejam os números complexos z_1, z_2, \dots, z_n tais que suas partes reais e imaginárias formam, respectivamente, uma progressão aritmética e uma progressão geométrica crescentes de números reais e de mesma razão. Sabe-se que $z_1 = 2 + 5i$ e $z_4 = m(i^{4m} + 5i^{4m+1})$ onde $m \in \mathbb{Z}_+^*$ e $i^2 = -1$.

Considere $S_n = \frac{1}{5} \sum_{k=1}^n z_k$ e $A_n = \frac{2}{5} \sum_{k=1}^n k$.

Calcule o valor de $P = \frac{S_n - A_n}{i} + 1$ em função de n .

5ª QUESTÃO	Valor: 1,0
<p>As raízes da equação $4x^3 - 40x^2 + 129x - 135 = 0$ são os comprimentos dos lados de um triângulo em metros.</p> <p>Determine a área deste triângulo.</p>	
6ª QUESTÃO	Valor: 1,0
<p>Dado um dodecaedro regular, escolhem-se 3 vértices ao acaso.</p> <p>Calcule a probabilidade dos 3 vértices escolhidos pertencerem a uma mesma face.</p>	
7ª QUESTÃO	Valor: 1,0
<p>Seja um triângulo acutângulo IME conforme a figura abaixo tal que $\overline{IH} = \overline{IO}$, onde H e O são respectivamente seus ortocentro e circuncentro, interiores ao triângulo e não pertencentes aos lados.</p> <p>Calcule o ângulo \widehat{HEO}, sabendo que os ângulos $\widehat{EIH} = 2\widehat{HIO}$.</p> <div style="text-align: center;">  </div>	
8ª QUESTÃO	Valor: 1,0
<p>Sejam a, b, c números reais maiores que 1. Considere a expressão:</p> $S = \frac{xy + yz + xz + 2(x + y + z) + 3}{(x + 1)(y + 1)(z + 1)}$ <p>onde $x = \log_c ab$, $y = \log_b ac$, $z = \log_a bc$.</p> <p>Prove que o valor de S é um número inteiro e calcule este valor.</p>	
9ª QUESTÃO	Valor: 1,0
<p>Sejam P_1 um tetraedro regular e P_2 um prisma triangular reto. Ambos os poliedros possuem uma base comum, e a razão entre as áreas totais de P_2 e P_1 é 2.</p> <p>Determine a razão entre os volumes de P_2 e P_1.</p>	
10ª QUESTÃO	Valor: 1,0
<p>Seja a equação $(36x + 1)(27x + 3)(24x + 6)(18x + 3) = 189$.</p> <p>Determine as suas raízes reais.</p>	