IME – 2016/2017

MATEMÁTICA

1ª QUESTÃO

Assinale a alternativa verdadeira:

(A) $\sqrt{2016}-\sqrt{2015}<\sqrt{2017}-\sqrt{2016}<\left(2\sqrt{2016}\right)^{-1}$

(B) $\sqrt{2017}-\sqrt{2016}<\sqrt{2016}-\sqrt{2015}<\left(2\sqrt{2016}\right)^{-1}$

(C) $\sqrt{2017}-\sqrt{2016}<\left(2\sqrt{2016}\right)^{-1}<\sqrt{2016}-\sqrt{2015}$

(D) $\sqrt{2016}-\sqrt{2015}<\left(2\sqrt{2016}\right)^{-1}<\sqrt{2017}-\sqrt{2016}$

(E) $\left(2\sqrt{2016}\right)^{-1}<\sqrt{2017}-\sqrt{2016}<\sqrt{2016}-\sqrt{2015}$

Comenta

RADICIAÇÃO

Considerando:

$$a=\left(\sqrt{2017}-\sqrt{2016}\right)\rightarrow a=\frac{1}{\sqrt{2017}+\sqrt{2016}}$$

$$b=\left(\sqrt{2016}-\sqrt{2015}\right)\rightarrow b=\frac{1}{\sqrt{2016}+\sqrt{2015}}$$

$$c=\frac{1}{2\sqrt{2016}}\rightarrow c=\frac{1}{\sqrt{2016}+\sqrt{2016}}$$

Temos que:
$a<c<b$.

Com isso:

$$\sqrt{2017}-\sqrt{2016}<\left(2\sqrt{2016}\right)^{-1}<\sqrt{2016}-\sqrt{2015}$$

Resposta correta: (C)

2ª QUESTÃO

O sistema de inequações abaixo admite *k* soluções inteiras. Pode-se afirmar que:

$$\begin{cases} \dfrac{x^2 - 2x \ -14}{x} > 3 \\ x \leq 12 \end{cases}$$

(A) $0 \leq k < 2$

(B) $2 \leq k < 4$

(C) $4 \leq k < 6$

(D) $6 \leq k < 8$

(E) $k \geq 8$

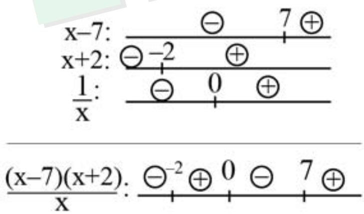
Comenta

FUNÇÕES E ESTUDO DO SINAL

Para a primeira inequação, temos:

$$\frac{x^2-2x-14}{x} > 3 \Rightarrow \frac{x^2-2x-14}{x} - 3 > 0 \Rightarrow \frac{x^2-5x-14}{x} > 0 \Rightarrow \frac{(x-7)(x+2)}{x} > 0.$$

Fazendo o estudo do sinal:



Logo, o conjunto solução da primeira inequação é $(-2, 0) \cup (7, +\infty)$. Como desejamos $x \leq 12$, então o conjunto solução do sistema é $(-2, 0) \cup (7, 12]$.

Os inteiros que estão nesse conjunto solução são – 1, 8, 9, 10, 11 e 12. Logo, k = 6, e com isso $6 \leq k < 8$.

Resposta correta: (D)

3ª QUESTÃO

Sejam Z_1 e Z_2 números complexos tais que Z_2 é imaginário puro e $|Z_1 - Z_2| = |Z_2|$. Para quaisquer valores de Z_1 e Z_2 que atendam a essas condições tem-se que:

(A) $\operatorname{Im}(Z_2) > 0$

(B) $\operatorname{Im}(Z_2) \leq 0$

(C) $|Z_1| \leq 2|Z_2|$

(D) $\operatorname{Re}(Z_1) \geq 0$

(E) $\operatorname{Re}(Z_1) \leq \operatorname{Im}(Z_2)$

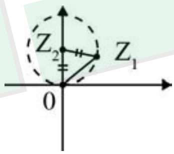
Comenta

NÚMEROS COMPLEXOS

Temos 2 casos a considerar:

1º caso: $\operatorname{Im}(Z_2) > 0$

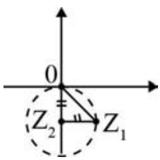
Figura 1



Como $|Z_1 - Z_2| = |Z_2| \Rightarrow Z_1$ pertence à circunferência de centro Z_2 e raio $|Z_2|$.

2º caso: $\operatorname{Im}(Z_2) < 0$

Figura 2



Análogo ao caso anterior.

Análise das opções:

A) $\text{Im}(Z_2) > 0 \to$ Falso (Figura 2)

B) $\text{Im}(Z_2) \leq 0 \to$ Falso (Figura 1)

C) $|Z_1| \leq 2 \cdot |Z_2| \to$ Desigualdade triangular $\Delta 0Z_1Z_2$: $|Z_1| \leq |Z_2| + |Z_1 - Z_2|$

$|Z_1| \leq 2 \cdot |Z_2| \therefore$ Verdadeiro

D) $\text{Im}(Z_1) > 0 \to$ Falso (Figura 1)

E) $\text{Re}(Z_1) \leq \text{Im}(Z_2) \to$ Falso (Figura 2)

Resposta correta: (C)

4ª QUESTÃO

No desenvolvimento de

$$\left(x.sen2\beta + \frac{1}{x}cos2\beta\right)^{10}$$

o valor do termo independente de x é igual a 63/256 . Considerando que β é um número real, com $0 < \beta < \pi/8$ e $x \neq 0$, o valor de β é:

(A) π/9

(B) π/12

(C) π/16

(D) π/18

(E) π/24

Comenta

BINÔMIO DE NEWTON

Pelo Binômio de Newton:

$$\left(x \cdot \text{sen}2\beta + \frac{1}{x} \cdot \cos 2\beta\right)^{10} = \sum_{i=0}^{10} \binom{10}{i} \cdot (x \cdot \text{sen}2\beta)^i \cdot \left(\frac{1}{x} \cdot \cos 2\beta\right)^i$$

O termo independente de **x** ocorre quando i = 5:

$$\binom{10}{5} \cdot (\text{sen}2\beta)^5 \cdot (\cos 2\beta)^5 = \frac{63}{256}$$

$$\Rightarrow \frac{\overset{2}{\cancel{10}} \cdot \cancel{9} \cdot \overset{2}{\cancel{8}} \cdot \cancel{7} \cdot \cancel{6}}{\cancel{5} \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2}} \cdot (2 \cdot \text{sen}\,2\beta \cdot \cos 2\beta)^5 = \frac{\cancel{7} \cdot \cancel{9} \cdot 2^5}{2^8} \Rightarrow (\text{sen}\,4\beta)^5 = \frac{1}{2^5}$$

$$\Rightarrow \boxed{\text{sen}\,4\beta = \frac{1}{2}}$$

Como $0 < \beta < \dfrac{\pi}{8} \Rightarrow 0 < 4\beta < \dfrac{\pi}{2} \Rightarrow 4\beta = \dfrac{\pi}{6} \Rightarrow \boxed{\beta = \dfrac{\pi}{24}}$

Resposta correta: (E)

5ª QUESTÃO

Calcule o valor de $\dfrac{\text{sen}^4\alpha + \cos^4\alpha}{\text{sen}^6\alpha + \cos^6\alpha}$, sabendo-se que $\text{sen}\,\alpha\cos\alpha = \dfrac{1}{5}$.

(A) $\dfrac{22}{21}$

(B) $\dfrac{23}{22}$

(C) $\dfrac{25}{23}$

(D) $\dfrac{13}{12}$

(E) $\dfrac{26}{25}$

Comenta

TRIGONOMETRIA

Temos que:

1ª) $1^2 = (\text{sen}^2\alpha + \cos^2\alpha)^2 = \text{sen}^4\alpha + \cos^4\alpha + 2 \cdot (\text{sen}\,\alpha \cdot \cos\alpha)^2$

$$\Rightarrow \text{sen}^4\alpha + \cos^4\alpha = 1 - 2 \cdot \frac{1}{25} \Rightarrow \boxed{\text{sen}^4\alpha + \cos^4\alpha = \frac{23}{25}} \quad ①$$

2ª) $1^3 = (\text{sen}^2\alpha + \cos^2\alpha)^3 = \text{sen}^6\alpha + \cos^6\alpha + 3 \cdot \text{sen}^2\alpha \cdot \cos^2\alpha \cdot (\text{sen}^2\alpha + \cos^2\alpha)$

$$\Rightarrow \text{sen}^6\alpha + \cos^6\alpha = 1 - 3 \cdot \frac{1}{25} \cdot 1 \Rightarrow \boxed{\text{sen}^6\alpha = \cos^6\alpha = \frac{22}{25}} \quad ②$$

Dividindo ① por ②: $\dfrac{\operatorname{sen}^4\alpha + \cos^4\alpha}{\operatorname{sen}^6\alpha + \cos^6\alpha} = \dfrac{\frac{23}{25}}{\frac{22}{25}} \Rightarrow \boxed{\dfrac{\operatorname{sen}^4\alpha + \cos^4\alpha}{\operatorname{sen}^6\alpha + \cos^6\alpha} = \dfrac{23}{22}}$

Resposta correta: (B)

6ª QUESTÃO

Seja $A = \begin{bmatrix} 1 & a & -2 \\ a-2 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & 1 \end{bmatrix}$ com $a \in \Re$. Sabe-se que $\det(A^2 - 2A + I) = 16$. A soma dos valores de *a* que satisfazem essa condição é:

(A) 0
(B) 1
(C) 2
(D) 3
(E) 4

Obs: det(*X*) denota o determinante da matriz *X*

Comenta

DETERMINANTE

Tendo

$\det(A^2 - 2A + I) = 16$ e fazendo $A^2 - 2A + I = B$

$B = (A - I)^2$

Assim,

$\det(A - I) = \pm 4$; $A - I = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -2 \\ a-2 & 0 & 1 \\ 2 & -3 & 0 \end{bmatrix}$

$\det(A - I) = 8a - 12$

Dessa forma:

$8a - 12 = 4$ ou $8a - 12 = -4$

$a = 2$ $a = 1$

Soma = 3

Resposta correta: (D)

7ª QUESTÃO

Seja a equação

$$y^{\log_3 \sqrt{3y}} = y^{\log_3 3y} - 6, \quad y > 0$$

O produto das raízes reais desta equação é igual a:

(A) $\frac{1}{3}$

(B) $\frac{1}{2}$

(C) $\frac{3}{4}$

(D) 2

(E) 3

Comenta

LOGARITMOS

Seja $z = y^{\log_3 \sqrt{3y}}$. Daí, $z^2 = \left(y^{\log_3 \sqrt{3y}}\right)^2 = y^{2\log_3 \sqrt{3y}} = y^{\log_3\left(\sqrt{3y}\right)^2} = y^{\log_3 3y}$, e a equação do enunciado se reduz a: $z = z^2 - 6 \Rightarrow z^2 - z - 6 = 0 \Rightarrow z = 3$ ou $z = -2$ (essa última possibilidade não ocorre, pois $y > 0 \Rightarrow z > 0$). Assim, $\boxed{y^{\log_3 \sqrt{3y}} = 3}$

Como $y > 0$, podemos escrever $y = 3^x$, $x \in \mathbb{R}$.

Daí, $\log_3 \sqrt{3y} = \frac{1}{2}\left(\log_3 3y\right) = \frac{1}{2}\left(1 + \log_3 y\right) = \frac{1}{2}\left(1 + x\right)$, donde,

$$3^1 = y^{\log_3 \sqrt{3y}} = \left(3^x\right)^{\frac{1}{2}(x+1)} = 3^{\frac{1}{2}(x+1)x} \Rightarrow \frac{1}{2}x\left(x+1\right) = 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow x = 1 \text{ ou } x = -2 \Rightarrow \boxed{y = 3} \text{ ou } \boxed{y = \frac{1}{9}}$$

Finalmente, o produto das raízes é $3 \cdot \frac{1}{9} = \frac{1}{3}$.

Resposta correta: (A)

8ª QUESTÃO

Seja $f(x) = \sqrt{|x-1| + |x-2| + |x-3| + \cdots + |x-2017|}$. O valor mínimo de *f(x)* está no intervalo:

(A) $(-\infty, 1008]$
(B) $(1008, 1009]$
(C) $(1009, 1010]$
(D) $(1010, 1011]$
(E) $(1011, +\infty)$

Comenta

FUNÇÃO MODULAR, MÁXIMOS E MÍNIMOS

Seja $1 \le k \le 2017$ um inteiro. Para $x \in [k, k + 1]$, temos:

$f(x)^2 = (x - 1) + (x - 2) + ... + (x - k) + (k + 1 - x) + (k + 2 - x) + ... + (2017 - x)$

$= kx - (1 + 2 + ... + k) + [(k + 1) + (k + 2) + ... + 2017] - (2017 - k) \cdot x =$

$= (2k - 2017)x + [1 + 2 + ... + 2017] - 2 \cdot (1 + 2 + ... + k) =$

$$= (2k - 2017)x + \frac{2017 \cdot 2018}{2} - k(k + 1)$$

Como $f(x) > 0$, $\forall\ x \in \mathbb{R}$, temos que **f** é crescente (ou decrescente) se, e somente, f^2 é crescente (ou decrescente).

Como $f(x)^2 = (2k - 2017)x + \frac{2017 \cdot 2018}{2} - k(k + 1)$, $\forall\ x \in [k, k + 1]$, temos **f** decrescente em $[k, k + 1]$, se $2k - 2017 < 0$ ($k \le 1008$) e **f** crescente em $[k, k + 1]$, se $2k - 2017 > 0$ ($k \ge 1009$).

Ademais, se x < 1, então:

$f(x)^2 = (1 - x) + (2 - x) + ... + (2017 - k) = 1 + 2 + ... + 2017 - 2017x$ é decrescente, donde **f** também é. E se x > 2017:

$f(x)^2 = (x - 1) + (x - 2) + ... + (x - 2017) = 2017x - (1 + 2 + ... + 2017)$ é crescente, donde **f** também é.

Concluímos, pois, que **f** é decrescente em $(-\infty, 1009]$, e crescente em $[1009, +\infty)$. Assim, seu valor mínimo ocorre em x = 1009, que está em (1008, 1009].

Resposta correta: (B)

9ª QUESTÃO

Sejam *x*, *y* e *z* números complexos que satisfazem ao sistema de equações abaixo:

$$\begin{cases} x+y+z=7 \\ x^2+y^2+z^2=25 \\ \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}=\dfrac{1}{4} \end{cases}$$

O valor da soma $x^3+y^3+z^3$ é:

(A) 210
(B) 235
(C) 250
(D) 320
(E) 325

Comenta

MANIPULAÇÕES ALGÉBRICAS E SOMA DE NEWTON

Temos que:

$$\begin{cases} \text{(i)} & x+y+z=7 \\ \text{(ii)} & x^2+y^2+z^2=25 \\ \text{(iii)} & \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}=\dfrac{1}{4} \\ & x^3+y^3+z^3=? \end{cases}$$

De (i): $(x+y+z)^2 = 7^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2\cdot(xy+xz+yz) \Rightarrow xy+xz+yz = \dfrac{49-25}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{xy+xz+yz=12}$ ①

Substituindo ① em (iii): $4\cdot(xy+xz+yz) = xyz \Rightarrow \boxed{xyz=48}$ ②

Defina o polinômio: $P(a)=(a-x)(a-y)(a-z)$ cujas raízes são x, y e z. Assim:

$$P(a) = a^3-(x+y+z)\cdot a^2+(xy+xz+yz)\cdot a - xyz$$

$$\begin{cases} P(x) = x^3-(x+y+z)\cdot x^2+(xy+xz+yz)\cdot x - xyz = 0 \\ P(y) = y^3-(x+y+z)\cdot y^2+(xy+xz+yz)\cdot y - xyz = 0 \\ P(z) = z^3-(x+y+z)\cdot z^2+(xy+xz+yz)\cdot z - xyz = 0 \end{cases}$$

Somando as 3 últimas equações:

$$x^3+y^3+z^3 = (x+y+z)\cdot(x^2+y^2+z^2)-(xy+xz+yz)\cdot(x+y+z)+3\,xyz =$$

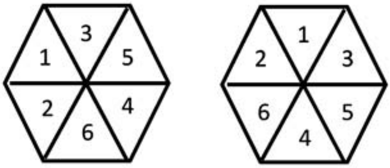
$$= 7\cdot 25 - 12\cdot 7 + 3\cdot 48 = 175-84+144 \Rightarrow \boxed{x^3+y^3+z^3=235}$$

Resposta correta: (B)

10ª QUESTÃO

Um hexágono é dividido em 6 triângulos equiláteros. De quantas formas podemos colocar os números de 1 a 6 em cada triângulo, sem repetição, de maneira que a soma dos números em três triângulos adjacentes seja sempre múltiplo de 3? Soluções obtidas por rotação ou reflexão são **diferentes**, portanto as figuras abaixo mostram duas soluções distintas.

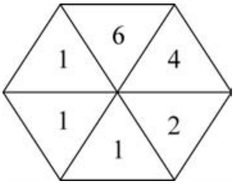
(A) 12
(B) 24
(C) 36
(D) 48
(E) 96



Comenta

ANÁLISE COMBINATÓRIA

Dentre os 6 números temos 2 deles $\equiv 0$ (mod. 3), dois deles $\equiv 1$ (mod. 3) e dois deles $\equiv 2$ (mod. 3), dois deles $\equiv 2$ (mod. 3). Para que a soma de 3 números consecutivos seja múltiplo de 3 $\Rightarrow$ um deles deve ser $\equiv 0$ (mod. 3), outro $\equiv 1$ (mod. 3) e o outro $\equiv 2$ (mod. 3).
Começando a contagem a partir do triângulo superior, uma vez escolhido os dois primeiros restos $\Rightarrow$ os demais estão determinados. Na figura temos as possibilidades:



Pelo princípio multiplicativo, o total de configurações é $6 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 48$

Resposta correta: (D)

11ª QUESTÃO

Sejam uma progressão aritmética (a_1, a_2, a_3, a_4, ...) e uma progressão geométrica (b_1, b_2, b_3, b_4, ...) de termos inteiros, de razão r e razão q, respectivamente, onde r e q são inteiros positivos, com $q > 2$ e $b_1 > 0$. Sabe-se, também, que $a_1+b_2=3$, $a_4+b_3=26$. O valor de b_1 é:

(A) 1
(B) 2
(C) 3
(D) 4
(E) 5

Comenta

PA E PG

Temos que:

$\rightarrow$ $a_1, a_2, a_3, \ldots \in \mathbb{Z}$

$\rightarrow$ $b_1, b_2, b_3, \ldots \in \mathbb{Z}$

$\rightarrow$ $r, q \in \mathbb{Z}_+^* \,/\, q > 2$ e $b_1 > 0$

$$\begin{cases} a_1 + b_2 = 3 \\ a_4 + b_3 = 26 \end{cases}$$

Como (a_i) é um PA $\Rightarrow$ $\boxed{a_4 = a_1 + 3r}$

Como (b_i) é uma PG $\Rightarrow$ $\boxed{b_2 = b_1 \cdot q}$ e $\boxed{b_3 = b_1 \cdot q^2}$

Assim, substituindo nas equações dadas:

$$\begin{cases} a_1 + b_1 \cdot q = 3 \quad ① \\ a_1 + 3r + b_1 \cdot q^2 = 26 \quad ② \end{cases}$$

Subtraindo ① de ②: $3r + b_1q^2 - b_1q = 23$ $\Rightarrow$ $\boxed{3r + b_1 \cdot q \cdot (q-1) = 23}$

Como r, b_1 e q são inteiros positivos ($q > 2$) $\Rightarrow$ $r \le 7$.

Também $q \cdot (q - 1)$ é par $\Rightarrow$ r deve ser ímpar. Assim, r = 1, 3, 5 ou 7.

Vejamos os 4 casos:

1º caso: $r = 7 \Rightarrow b_1 \cdot q \cdot (q-1) = 2 \Rightarrow$ Não podemos ter $q > 2$ $\rightarrow$ absurdo!

2º caso: $r = 5 \Rightarrow b_1 \cdot q \cdot (q-1) = 8 \Rightarrow q \mid 8 \Rightarrow q = 4$ ou 8.

Se $q = 4 \Rightarrow 3b_1 = 2 \Rightarrow 3|2 \Rightarrow$ Abs!

Se $q = 8 \Rightarrow 7b_1 = 1 \Rightarrow 7|1 \Rightarrow$ Abs!

3º caso: $r = 3 \Rightarrow b_1 \cdot q \cdot (q-1) = 14 \Rightarrow q = 7$ ou 14

Se $q = 7 \Rightarrow 6b_1 = 2 \Rightarrow 6|2 \Rightarrow$ Abs!

Se $q = 14 \Rightarrow 13b_1 = 1 \Rightarrow 13|1 \Rightarrow$ Abs!

4º caso: $r = 1 \Rightarrow b_1 \cdot q \cdot (q-1) = 20 \Rightarrow$ Só podemos ter $q = 5 \Rightarrow b_1 = 1 \Rightarrow a_1 = -2$.

Assim:

PA: (–2, –1, 0, 71, 72, 73, ...)

PG: $(1, 5, 5^2, 5^3, 5^4, ...)$

Portanto, $\boxed{b_1 = 1}$

Resposta correta: (A)

12ª QUESTÃO

Sejam os pontos $A(0,0)$, $B(-1,1)$, $C(1,2)$, $D(4,1)$ e $E(3,\frac{1}{2})$. A reta r passa por A e corta o lado CD, dividindo o pentágono $ABCDE$ em dois polígonos de mesma área. Determine a soma das coordenadas do ponto de interseção da reta r com a reta que liga C e D.

(A) $\frac{25}{7}$

(B) $\frac{51}{14}$

(C) $\frac{26}{7}$

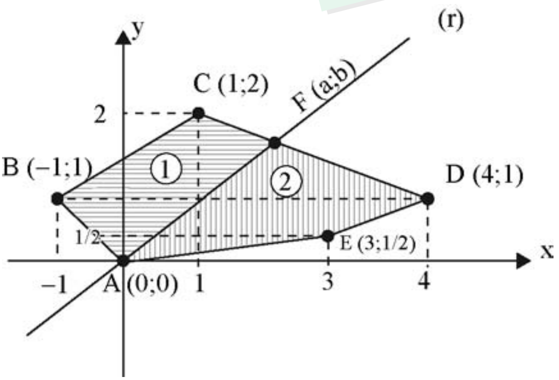
(D) $\frac{53}{14}$

(E) $\frac{27}{7}$

Comenta

GEOMETRIA ANALÍTICA

De acordo com o enunciado
Temos:



Sabemos que $SA_1 = SA_2$. Logo:

$$\frac{1}{2}\cdot\left\|\begin{matrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & 2 \\ a & b \\ 0 & 0 \end{matrix}\right\| = \frac{1}{2}\cdot\left\|\begin{matrix} 0 & 0 \\ a & b \\ 4 & 1 \\ 3 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 \end{matrix}\right\|$$

Então:

$|-2a + b - 3| = |a - 4b - 1|$

Com isso:

$a - 4b - 1 = -2a + b - 3$

$\boxed{3a - 5b = -2}$ (I)

Mas, os pontos C(1; 2); F(a; b) e D(4; 1) são colineares.

$$\left|\begin{matrix} 1 & 2 \\ a & b \\ 4 & 1 \\ 1 & 2 \end{matrix}\right| = 0 \rightarrow \boxed{a + 3b = 7} \quad \text{(II)}$$

Resolvendo o sistema de equações (I) e (II), obtemos:

$$\begin{cases} 3a - 5b = -2 \\ a + 3b = 7 \end{cases} \rightarrow a = \frac{29}{14}, \quad b = \frac{23}{14}$$

Portanto:

$$a + b = \boxed{\frac{26}{7}}$$

Resposta correta: (C)

13ª QUESTÃO **Valor: 0,25**

Dado um quadrado *ABCD*, de lado *a*, marcam-se os pontos *E* sobre o lado *AB*, *F* sobre o lado *BC*, *G* sobre o lado *CD* e *H* sobre o lado *AD*, de modo que os segmentos formados *AE*, *BF*, *CG* e *DH* tenham comprimento igual a $\frac{3a}{4}$. A área do novo quadrilátero formado pelas interseções dos segmentos *AF*, *BG*, *CH*, e *DE* mede:

(A) $\frac{a^2}{25}$

(B) $\frac{a^2}{18}$

(C) $\frac{a^2}{16}$

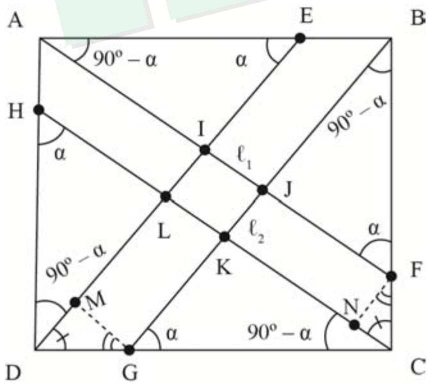
(D) $\frac{a^2}{9}$

(E) $\frac{2a^2}{9}$

Comenta

SOLUÇÃO 1

GEOMETRIA PLANA



Seja $\alpha = A\hat{E}D$. Devido aos ângulos retos dos quadriláteros, e ao fato que:

$AE = BF = CG = DH = \frac{3a}{4}$

$EB = FC = GD = AH = \dfrac{a}{4}$

Temos $\boxed{\Delta AED \equiv \Delta BFA \equiv \Delta CGB \equiv \Delta DHC \ \ (LAL)}$ e por causa dessas congruências, temos os ângulos α e 90º – α destacados como na figura. Assim, o quadrilátero IJKL é um retângulo. Se M é o pé da perpendicular de G a DE, e N é o pé da perpendicular de N a CH, então GM = IJ = ℓ_1 e FN = JK = ℓ_2, como DG = CF, $M\hat{D}G = N\hat{C}F = \alpha$ e $M\hat{G}D = N\hat{F}C = 90º - \alpha$, temos ΔMDG ≡ ΔNCF (ALA), donde MG = NF $\Rightarrow \boxed{\ell_1 = \ell_2}$, ou seja, IJKL é um quadrado.

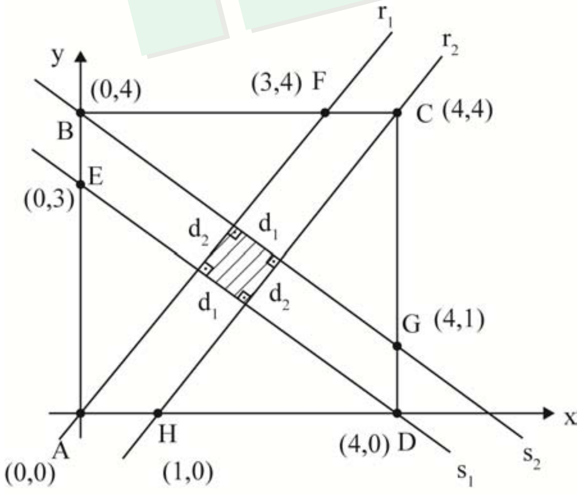
Ademais, $M\hat{D}G = A\hat{E}D = \alpha$, $M\hat{G}D = A\hat{D}E = 90º - \alpha$, donde ΔMGD ~ ΔAED (AA) e com isso: $\dfrac{MG}{DG} = \dfrac{AD}{DE} \Rightarrow \dfrac{\ell_1}{\frac{a}{4}} = \dfrac{a}{\sqrt{a^2 + \frac{9a^2}{16}}} = \dfrac{4}{5} \Rightarrow \boxed{\ell_1 = \ell_2 = \dfrac{a}{5}}$

Finalmente, a área de IJKL é $\ell_1^2 = \dfrac{a^2}{25}$

SOLUÇÃO 2

ÁREA FIGURAS PLANAS

Utilizando os lados $\overline{AB}$ e $\overline{AD}$ como os eixos do plano cartesiano e o lado a = 4, temos que:



Encontrando as equações r_1, r_2, s_1 e s_2, temos que:

r_1: $4x - 3y = 0$ $\qquad$ s_1: $3x + 4y - 12 = 0$

r_2: $4x - 3y - 4 = 0$ $\qquad$ s_2: $3x + 4y + 16 = 0$

Perceba que, pelos coeficientes angulares:

$r_1 // r_2$ e $s_1 // s_2$. As retas r_1 e r_2 são perpendiculares a s_1 e s_2. Desse modo, a figura destacada será um quadrado.

Utilizando o artifício da distância entre retas paralelas, temos:

$$d_1 = \left|\frac{0+4}{\sqrt{16+9}}\right| = \frac{4}{5} \text{ e } d_2 = \left|\frac{-12+16}{\sqrt{9+16}}\right| = \frac{4}{5}$$

Daí:

$$A = d_1 \cdot d_2 = \frac{16}{25}; \text{ como } a = 4;$$

$$A = \frac{a^2}{25}$$

Resposta correta: (A)

14ª QUESTÃO

Um tronco de pirâmide regular possui 12 vértices. A soma dos perímetros das bases é 36 cm, a soma das áreas das bases é $30\sqrt{3}$ cm² e sua altura mede 3 cm. Calcule o volume do tronco de pirâmide.

(A) $50\,cm^3$

(B) $42\frac{\sqrt{3}}{3}\,cm^3$

(C) $43\frac{\sqrt{3}}{2}\,cm^3$

(D) $43\sqrt{2}\,cm^3$

(E) $42\sqrt{3}\,cm^3$

Comenta

GEOMETRIA ESPACIAL – TRONCO DE PIRÂMIDE

Como são 12 vértices, trata-se de um tronco de pirâmide de base hexagonal regular. Fazendo ℓ_1 como lado da base menor e ℓ_2 como lado da base maior, do enunciado temos:

$$\begin{cases} 6\cdot(\ell_1+\ell_2)=36 \\ \frac{3}{2}\sqrt{3}\left(\ell_1^2+\ell_2^2\right)=30\sqrt{3} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \ell_1+\ell_2=6 \\ \ell_1^2+\ell_2^2=20 \end{cases}$$

Como $(\ell_1+\ell_2)^2 = 36 \rightarrow \ell_1^2+\ell_2^2+2\ell_1\ell_2 = 36$

Então: $\ell_1\ell_2 = 8$.

Da fórmula do volume do tronco temos:

$$V = \frac{H}{3}\left(A_B + \sqrt{A_B A_b} + A_b\right) \rightarrow V = \frac{\cancel{3}}{\cancel{3}}\left(30\sqrt{3} + \sqrt{\frac{27}{4}\cdot 8^2}\right)$$

$$V = 42\sqrt{3}\ \text{cm}^3$$

Resposta correta: (E)

15ª QUESTÃO

O polinômio $P(x) = x^3 - bx^2 + 80x - c$ possui três raízes inteiras positivas distintas. Sabe-se que duas das raízes do polinômio são divisoras de 80 e que o produto dos divisores positivos de c menores do que c é c^2. Qual é o valor de b?

(A) 11
(B) 13
(C) 17
(D) 23
(E) 29

Comenta

POLINÔMIOS E TEORIA DOS NÚMEROS

Antes de começar a solução, é importante lembrar dois fatos importantes.

Fato 1: Se $n = P_1^{\alpha_1} P_2^{\alpha_2} \ldots P_k^{\alpha_k}$ é a fatoração em primos de **n**, então a quantidade de divisores positivos de **n** é igual a $d(n) = (1+\alpha_1)(1+\alpha_2)\ldots(1+\alpha_k)$

Fato 2: O produto dos divisores positivos de **n** é $p(n) = n^{\frac{d(n)}{2}}$.

Como o produto dos divisores positivos de **c**, menores que **c**, é c^2, então $p(c) = c^3$, donde $d(c) = 6 = (1 + 5) = (1 + 2)(1 + 3)$. Daí, a fatoração em primos de **c** é p^5 ou pq^2.
Agora, sejam $r_1 < r_2 < r_3$ as raízes inteiras positivas de $p(x)$. Suponhamos, inicialmente, que $r_1 > 1$.
Como, das relações de Girard, temos $r_1r_2r_3 = c$, precisamos analisar dois casos.

- **Caso 1:** $c = p^5$

Logo, $r_1r_2r_3 = p^5$, o que implica $r_1 = p^\alpha$, $r_2 = p^\beta$, $r_3 = p^\gamma$, onde $1 \le \alpha < \beta < \gamma$.
No entanto, $\alpha + \beta + \gamma \ge 1 + 2 + 3 = 6 \Rightarrow r_1r_2r_3 \ge p^6 \to p^5 > p^6$, Absurdo!

- **Caso 2:** $r_1r_2r_3 = pq^2$

Observe que o fator **q** não vai aparecer em pelo menos algum dos r_i's (se aparecesse em cada um, o produto teria expoente **q** pelo menos 3), e se esse r_i não tivesse fator **p**, ele seria igual a 1, o que não pode, por suposição nossa. Daí, alguma raiz r_i é igual a **p**. Portanto, se r_j e r_k são as outras raízes, temos $r_jr_k = q^2 \Rightarrow r_j = r_k = q$, um absurdo (raízes distintas).
Daí, $r_1 = 1$. Novamente por Girard, temos $r_1r_2 + r_2r_3 + r_3r_1 = 80 \Rightarrow r_2r_3 + r_2 + r_3 = 80 \Rightarrow (r_2 + 1)(r_3 + 1) = 81 = 3 \cdot 27$, e como $0 < r_2 < r_3$, temos $r_2 + 1 = 3$ e $r_3 + 1 = 27$, donde $r_2 = 2$ e $r_3 = 26$.
Finalmente, por Girard, $b = r_1 + r_2 + r_3 = 1 + 2 + 26 = 29$.

Resposta correta: (E)

FÍSICA

16ª QUESTÃO

Um meteorologista mediu por duas vezes em um mesmo dia a umidade relativa do ar e a temperatura do ar quando estava em um pequeno barco a remo no meio de um grande lago. Os dados encontram-se apresentados na tabela a seguir:

Medida	Período do dia	Umidade relativa	Temperatura do ar
1	Manhã	40%	300 K
2	Tarde	70%	300 K

Diante do exposto, a razão entre as taxas de evaporação de água do lago calculadas na primeira e na segunda medida de umidade relativa do ar é:

(A) 16/13
(B) 17/14
(C) 2
(D) 7/4
(E) 4

Comenta

FÍSICA TÉRMICA

Para uma interface ar-líquido com a mesma temperatura, sabe-se que a taxa de evaporação depende da umidade relativa do ar segundo a seguinte equação:
$T_{EV} = k \cdot (1 - \varnothing)$, onde T_{EV} é a taxa de evaporação.
k é uma constante de proporcionalidade que depende da temperatura; e $\varnothing$ é a umidade relativa do ar.
Desta maneira em 1 temos: $T_{EV1} = k_1(1 - 0{,}4) = 0{,}6\ k_1$
Já em 2 temos: $T_{EV2} = k_2(1 - 0{,}7) = 0{,}3\ k_2$
Como a temperatura é igual, podemos dizer

$$\frac{T_{EV1}}{T_{EV2}} = \frac{0{,}6\ k}{0{,}3\ k} = 2$$

Resposta correta: (C)

17ª QUESTÃO

Um gás ideal e monoatômico contido em uma garrafa fechada com 0,1 m³ está inicialmente a 300 K e a 100 kPa. Em seguida, esse gás é aquecido, atingindo 600 K. Nessas condições, o calor fornecido ao gás, em kJ, foi:

(A) 5
(B) 10
(C) 15
(D) 30
(E) 45

Comenta

GASES IDEAIS

$V = 0{,}1\ m^3$ (monoatômico)

$$T_0 = 300\ k \xrightarrow{\text{Aquecido}} T = 600\ k$$

$P = 100\ k\ Pa$
$Q = ?$
(Equação de Clapeyron)

Seja: $P_0 \cdot V = n \cdot R \cdot T_0 \rightarrow \boxed{nR = \frac{P_0 \cdot V}{T_0}}$

Note que: O volume do gás é o volume do recipiente e não varia, logo $\tau = 0$

Pela 1ª Lei da Termodinâmica, temos:

$$\Delta U = Q - \cancel{\tau}^{\,0} \qquad \Delta U = \frac{3}{2}\, n \cdot R \cdot \Delta T$$

$$\boxed{\Delta U = Q} \qquad \Delta U = \frac{3}{2} \cdot \frac{P_0 \cdot V}{T_0} \cdot \Delta T$$

Logo:

$$\Delta U = \frac{\cancel{3}}{2} \cdot \frac{1\cancel{00} \cdot 0{,}1}{3\cancel{00}} \cdot (600 - 300)$$

$$\Delta U = \frac{\cancel{0},1 \cdot 30\cancel{0}}{2} = \frac{30}{2} = 15 \text{ kJ}$$

$$\boxed{Q = 15 \text{ kJ}}$$

Resposta correta: (C)

18ª QUESTÃO

Uma partícula A, de carga positiva $+Q$, está presa a um veículo em movimento, cujas coordenadas de sua posição X_A e Y_A, em metros, estão descritas abaixo em função do tempo t, em segundos.

$$X_A(t) = 3\sqrt{2}t + 2\sqrt{2}$$

$$Y_A(t) = t^2 + t - 11$$

A força elétrica provocada pela interação entre a partícula A e uma partícula B, de mesma carga, fixada no ponto de coordenadas (X_A, Y_A) = (0,1), será ortogonal à trajetória do veículo quando o instante $t > 0$ for igual a:

(A) 1
(B) 1/2
(C) 3/4
(D) 5/8
(E) 1/8

Comenta

ELETROSTÁTICA

i) O vetor posição relativa é dado por:

$$\vec{r} = \left(3\sqrt{2}\,t + 2\sqrt{2}\right)\hat{i} + \left(t^2 + t - 11 - 1\right)\hat{j}$$

$$\vec{r} = \left(3\sqrt{2}\;t + 2\sqrt{2}\right)\hat{i} + \left(t^2 + t - 12\right)\hat{j}$$

ii) O vetor tangente à trajetória de A é paralelo ao vetor velocidade:

$$\vec{v} = \left(3\sqrt{2}\right)\hat{i} + \left(2t+1\right)\hat{j}$$

Assim, para que os dois vetores sejam perpendiculares, façamos o produto escalar igual a zero.

$$\left(3\sqrt{2}\,t + 2\sqrt{2}\right)\left(3\sqrt{2}\right) + \left(t^2 + t - 12\right)\left(2t+1\right) = 0$$

$$9 \cdot 2t + \cancel{6 \cdot 2} + 2t^3 + t^2 + 2t^2 + t - 24t - \cancel{12} = 0$$

$$5t^2 - 5t = 0 \rightarrow 5t\left(t-1\right) = 0.$$

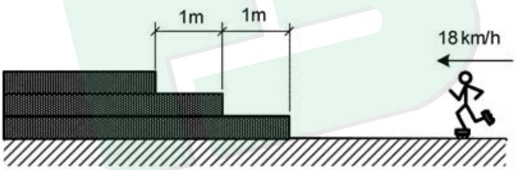
Os instantes são:

$t = 0s$ e $t = 1s$

Para $t > 0$, a resposta será $t = 1s$.

Resposta correta: (A)

19ª QUESTÃO



Um patinador em velocidade constante de 18 km/h vai ao encontro de uma escadaria, batendo palma. O som produzido pela palma é refletido horizontalmente em cada degrau de 1m de largura, fazendo com que o patinador perceba um som composto por vários tons. A menor componente de frequência da onda sonora refletida percebida com um máximo de intensidade pelo patinador, em Hz, é:

Dado:

- velocidade de propagação do som: 340 m/s.

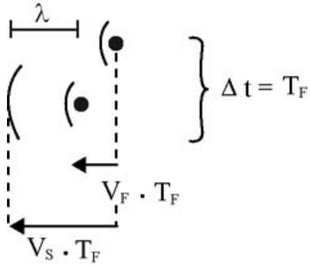
(A) 167,5
(B) 170,0
(C) 172,5
(D) 340,0
(E) 345,0

Comenta

ONDULATÓRIA

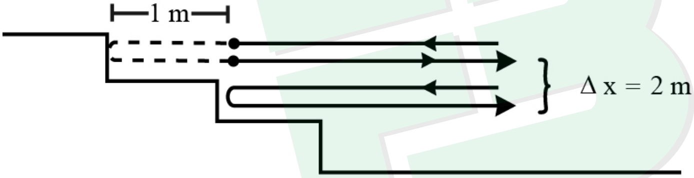
Mudança no comprimento de onda, devido ao movimento do sujeito.

V_S: velocidade do som (340 m/s)
V_F: velocidade da fonte (5 m/s)



Note que $\lambda = V_S T_F - V_F \cdot T_F = \dfrac{V_S - V_F}{f_F} = \dfrac{340-5}{f_F} = \dfrac{335}{f_F}$

Reflexões



Para haver interferência construtiva:

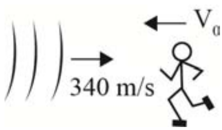
$\Delta X = N \cdot \lambda = \quad N \cdot \dfrac{335}{f_F}$ onde N é natural.

$f_F = \dfrac{N \cdot 335}{\Delta X}$, que deve ser mínimo.

Para tal N deve ser mínimo: N = 1

Logo: $f_F = \dfrac{335}{2} = 167,5$ Hz

Análise da recepção da onda refletida:

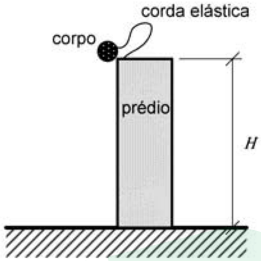


$f_0 = \dfrac{340+5}{\lambda} = \dfrac{345}{2} = 172,5$ Hz

$$\overset{\longmapsto}{\lambda} = \frac{335}{f_F} = \frac{335}{167,5} = 2\text{ m}$$

Resposta correta: (C)

20ª QUESTÃO



Um corpo preso a uma corda elástica é abandonado em queda livre do topo de um edifício, conforme apresentado na figura acima. Ao atingir o solo, penetra numa distância x abaixo do nível do solo até atingir o repouso. Diante do exposto, a força de resistência média que o solo exerce sobre o corpo é:

Dados:

- aceleração gravitacional: g;
- constante elástica da corda: k;
- massa do corpo: M;
- altura do edifício em relação ao solo: H;
- comprimento da corda: L;
- distância que o corpo penetra no solo até atingir o repouso: x.

Observação:

- a corda elástica relaxada apresenta comprimento menor que a altura do edifício.

(A) $Mg + \frac{MgH + k(HL + Lx - Hx)}{x} - k\frac{H^2 + x^2 + L^2}{2x}$

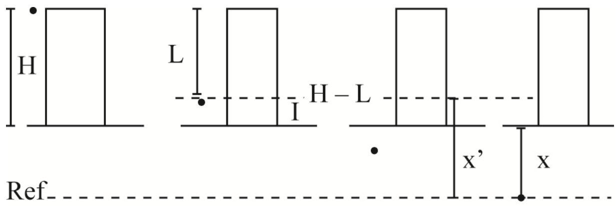
(B) $Mg + \frac{MgH + k(HL - Lx - Hx)}{2x} - k\frac{H^2 + x^2 + L^2}{x}$

(C) $Mg + \frac{MgH - k(HL + Lx + Hx)}{2x} + k\frac{H^2 + x^2 + L^2}{x}$

(D) $Mg - \frac{MgH - k(HL - Lx - Hx)}{x} + k\frac{H^2 + x^2 + L^2}{2x}$

(E) $Mg + \frac{MgH - k(HL + Lx - Hx)}{x} - k\frac{H^2 + x^2 + L^2}{2x}$

MECÂNICA



Considere x' a deformação da corda.
Pelo Teorema da Energia Cinética, temos:

$$\zeta_{Total} = \Delta E_C$$

$$\zeta_{Peso} + \zeta_{Fel} + \zeta_F = \cancel{E_C}^{0} - \cancel{E_{C_0}}^{0}$$

$$+M \cdot g \cdot (H + x) - \frac{k \cdot x'^2}{2} - F \cdot x = 0$$

$$M \cdot g \cdot (H + x) - \frac{k \cdot x'^2}{2} = F \cdot x$$

$$M \cdot g \frac{H}{x} + M \cdot g \frac{\cancel{x}}{\cancel{x}} - \frac{k \cdot x'^2}{2x} = F$$

Sendo: x' = x + (H – L)

Temos:

$$F = M \cdot g + M g \frac{H}{x} - \frac{k}{2x} \cdot [x + (H - L)]^2$$

$$F = M \cdot g + M g \frac{H}{x} - \frac{k}{2x} \left[x^2 + 2x(H - L) + (H - L)^2\right]$$

$$F = M \cdot g + M g \frac{H}{x} - \frac{k}{2x} \left[x^2 + 2x(H - L) + H^2 - 2HL + L^2\right]$$

$$F = M \cdot g + M g \frac{H}{x} - \frac{k}{2x}\left(x^2 + H^2 + L^2\right) - \frac{k}{2x}\left(2xH - 2xL - 2HL\right)$$

Organizando:

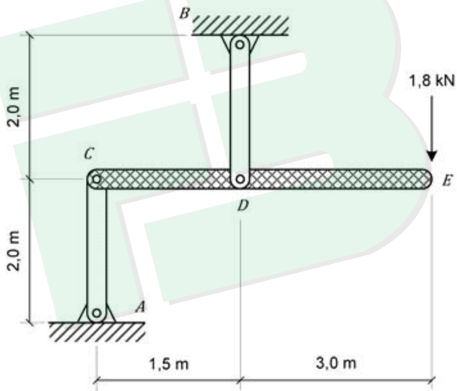
$$F = M \cdot g + M\, g\frac{H}{x} - \frac{k}{2x}\left(x^2 + H^2 + L^2\right) - \frac{k}{2x}\left(2xH - 2xL - 2HL\right)$$

$$F = M \cdot g - \frac{k}{2x}\left(x^2 + H^2 + L^2\right) + M \cdot g\frac{H}{x} + \frac{k \cdot \cancel{2}}{\cancel{2}x} \cdot \left(-xH + xL + HL\right)$$

$$\boxed{F = M \cdot g - \frac{k\left(x^2 + H^2 + L^2\right)}{2x} + \frac{M \cdot gH + k \cdot \left(xL + HL - xH\right)}{x}}$$

Resposta correta: (A)

21ª QUESTÃO



A figura acima apresenta uma estrutura em equilíbrio, formada por uma barra horizontal *CE* e duas barras verticais rotuladas *AC* e *BD*. Todas as barras possuem material uniforme e homogêneo e as barras *AC* e *BD* têm peso desprezível, enquanto a barra *CE* tem densidade linear de massa μ. Na extremidade da barra *CE*, há uma carga concentrada vertical, de cima para baixo, de 1,8 kN. Para que a força de tração na barra *BD* seja 8,1 kN, a densidade linear de massa μ da barra *CE*, em kg/m, e a força em módulo na barra *AC*, em kN, devem ser iguais a:

Dado:

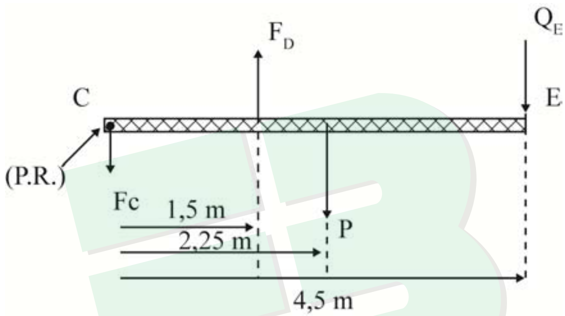
- aceleração da gravidade: $g = 10$ m/s^2.

(A) 40 e 3,6
(B) 40 e 4,5
(C) 60 e 3,6
(D) 400 e 4,5
(E) 600 e 3,5

Comenta

ESTÁTICA

Equilíbrio da barra CE:



Admitindo que a barra AC esteja sob tração, a força exercida em C é para baixo (Fc).

$$\Sigma\vec{F}_y = 0 \therefore \vec{F}_C + \vec{F}_D + \vec{P} + \vec{Q}_E = 0$$

$$\left(-F_C\right) + F_D + (-P) + (-Q_E) = 0$$

$$F_D = F_C + \mu \cdot \ell \cdot g + Q_E \ \ (\ell = 4{,}5 \text{ m})$$

$$8100 = F_C + \mu \cdot 4{,}5 \cdot 10 + 1800$$

$$45\mu + F_C = 6300 \quad \text{(I)}$$

$$\sum \vec{\tau}_{F,C} = 0 \rightarrow \tau_{F_D} + \tau_P + \tau_{Q_E} = 0 \quad \text{(II)}$$

$$(+F_D \cdot d_{F_D}) + (-P \cdot d_P) + (-Q_E \cdot d_{Q_E}) = 0$$

$$8100 \cdot 1{,}5 - \mu \cdot 4{,}5 \cdot 10 \cdot 2{,}25 - 1800 \cdot 4{,}5 = 0$$

$$\mu = 40 \text{ kg/m}$$

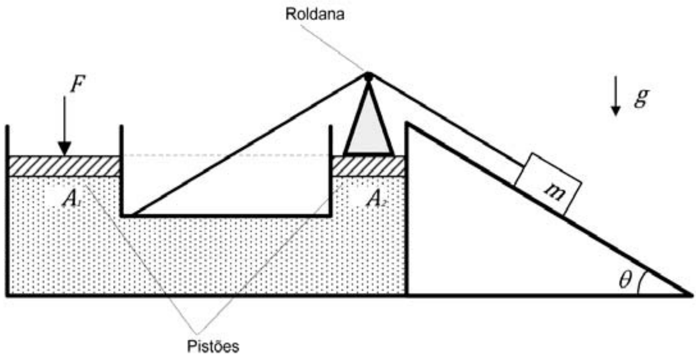
Aplicando esse valor em (I), temos:

$$45 \cdot 40 + F_C = 6300$$

$$F_C = 4500 \text{ N } (4{,}5 \text{ kN})$$

Resposta correta: (B)

22ª QUESTÃO



A figura acima apresenta um bloco preso a um cabo inextensível e apoiado em um plano inclinado. O cabo passa por uma roldana de dimensões desprezíveis, tendo sua outra extremidade presa à estrutura de um sistema de vasos comunicantes. Os vasos estão preenchidos com um líquido e fechados por dois pistões de massas desprezíveis e equilibrados à mesma altura. O sistema é montado de forma que a força de tração no cabo seja paralela ao plano inclinado e que não haja esforço de flexão na haste que prende a roldana. A expressão da força F que mantém o sistema em equilíbrio, em função dos dados a seguir, é:

Dados:

- Aceleração da gravidade: g;
- Massa do corpo: m;
- Inclinação do plano de apoio: θ;
- Áreas dos pistões: A_1 e A_2.

(A) $\frac{A_1}{A_2} mgsen^2(\theta)$

(B) $\frac{A_1}{A_2} mgcos^2(\theta)$

(C) $2\frac{A_1}{A_2} mgsen^2(\theta)$

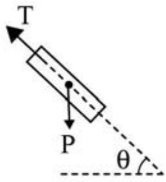
(D) $2\frac{A_1}{A_2} mgcos^2(\theta)$

(E) $\frac{A_1}{A_2} mgsen(2\theta)$

Comenta

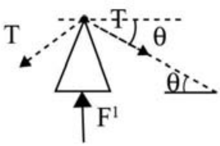
ESTÁTICA/HIDROSTÁTICA

DCL do bloco



$T = P \cdot \text{sen}\theta$ (I)

DCL na roldana

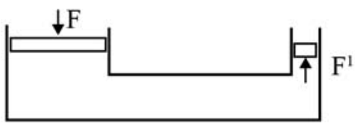


$F' = 2 \cdot T\ \text{sen}\theta$
subst.. (I)
$F' = 2 \cdot P\ \text{sen}^2\theta$ (II)

Devido à situação dos vasos comunicantes, temos:

$$\frac{F}{A_1} = \frac{F'}{A_2} \Rightarrow F = \frac{A_1}{A_2} \cdot F' \quad \text{(subst. II)}$$

$$F = \frac{A_1}{A_2} \cdot 2\ P\text{sen}^2\theta \therefore F = \left(2\frac{A_1}{A_2}\ mg\,\text{sen}^2\theta\right)$$



Resposta correta: (C)

23ª QUESTÃO

Deseja-se minimizar a taxa de transferência de calor em uma parede feita de um determinado material, de espessura conhecida, submetendo-a a um diferencial de temperatura. Isso é feito adicionando-se uma camada isolante refratária de 15% da espessura da parede, de forma que cuidadosas medidas experimentais indicam que a taxa de transferência de calor passa a ser 40% em relação à situação original. Supondo que o diferencial de temperatura entre as extremidades livres da parede original e da parede composta seja o mesmo, pode-se afirmar que a condutividade térmica do material refratário é numericamente igual a

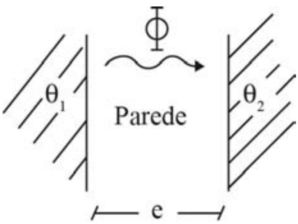
(A) 10 % da condutividade térmica do material da parede.
(B) 15 % da condutividade térmica do material da parede.
(C) 4,5 % da condutividade térmica do material da parede.
(D) 22,22 % da condutividade térmica do material da parede.
(E) 33,33 % da condutividade térmica do material da parede.

Comenta

CONDUTIVIDADE TÉRMICA

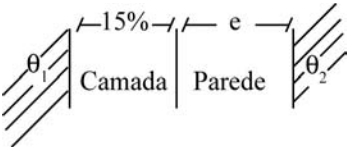
Dados:
i) espessura da camada → 15% espessura da parede.
ii) fluxo novo → 40% fluxo inicial

No início:



$$\Phi = \frac{Kp \cdot A \cdot \Delta\theta}{e} \text{ p}$$

Após a adição da camada:



$$\Phi' = \frac{Keq \cdot A\Delta\theta}{\frac{115}{100} \cdot e} = \frac{40}{100} \cdot \Phi$$

$$100 \cdot \frac{K_{eq} \cdot A \cdot \cancel{\Delta\theta}}{115 \cdot \cancel{e}} = \frac{40}{100} \cdot Kp \cdot \frac{\cancel{A}\ \cancel{\Delta\theta}}{\cancel{e}} \Rightarrow \boxed{K_{eq} = \frac{115}{100} \cdot \frac{40}{110} \cdot K_p}$$

Para calcular o K_{eq}, devemos fazer:

$$\Phi_{camada} = \Phi_{parede}$$

$$\frac{K_c \cdot \cancel{A}}{\frac{15}{100} \cdot \cancel{e}} \cdot (\theta_1 - \theta') = \frac{K_p \cdot \cancel{A}}{\cancel{e}} (\theta' - \theta_2)$$

$$K_c \frac{100}{15} \cdot \theta_1 - K_c \frac{100}{15} \theta' = K_p \theta' - K_p \theta_2$$

$$\theta' \left(K_p + K_c \cdot \frac{100}{15} \right) = K_c \cdot \frac{100}{15} \theta_1 + K_p \theta_2$$

$$\theta' = \frac{K_c \frac{100}{15} \cdot \theta_1 + K_p \cdot \theta_2}{K_c \cdot \frac{100}{15} + K_p}$$

Da mesma forma:

$$\frac{K_p \cdot \cancel{A}}{\cancel{e}} (\theta' - \theta_2) = \frac{Keq\ \cancel{A}}{\frac{115}{100} \cancel{e}} \cdot (\theta_1 - \theta_2)$$

$$K_p \left(\frac{K_c \frac{100}{15} \cdot \theta_1 + \cancel{K_p \theta_2} - K_c \frac{100}{15} \theta_2 - \cancel{K_p \theta_2}}{K_c \cdot \frac{100}{15} + K_p} \right) =$$

$$= \frac{100}{15} Keq (\theta_1 - \theta_2)$$

$$\frac{K_p\left(\theta_1 - \cancel{\theta_2}\right)\cdot K_c \cdot \frac{\cancel{100}}{15}}{K_c \cdot \frac{100}{15} + K_p} = \frac{100}{115}\cdot K_{eq}\left(\cancel{\theta_1 - \theta_2}\right)$$

$$\frac{\cancel{K_p}\cdot K_c \cdot 15}{K_c \frac{100}{15} + K_p} = \frac{\cancel{115}}{\cancel{115}}\cdot\frac{40}{100}\cdot\frac{1}{100}\cdot\cancel{K_p}$$

$$\frac{K_c}{15}\cdot 100\cdot 100 = 40\cdot 100\cdot\frac{K_c}{15} + 40\cdot K_p$$

$$\frac{{}^{4}6\cancel{0}\cdot 10\cancel{0}}{\cancel{15}}\cdot K_c = 4\cancel{0}\cdot K_p$$

$$40\ K_c = K_p \therefore K_c = \frac{1}{40}K_p = \frac{10}{100}K_p$$

$$\boxed{K_c = 10\%\ K_p}$$

Resposta correta: (A)

24ª QUESTÃO

Uma corda mista sobre o eixo horizontal tem uma densidade linear para a coordenada $x < 0$ e outra para $x \geq 0$. Uma onda harmônica, dada por $Asen(\omega t - k_1 x)$, onde t é o instante de tempo, propaga-se na região onde $x < 0$ e é parcialmente refletida e parcialmente transmitida em $x = 0$. Se a onda refletida e a transmitida são dadas por $Bsen(\omega t + k_1 x)$ e $Csen(\omega t - k_2 x)$, respectivamente, onde ω, k_1 e k_2 são constantes, então a razão entre as amplitudes da onda refletida e da incidente, dada por $\left|{}^{B}/_{A}\right|$, é igual a:

<u>Observação</u>:

- considere $\frac{sen(ax)}{x} = a$, para $|x|$ próximo a zero.

(A) $\left|\frac{k_1 - k_2}{k_1 + 2k_2}\right|$

(B) $\left|\frac{k_1 - k_2}{2k_1 + k_2}\right|$

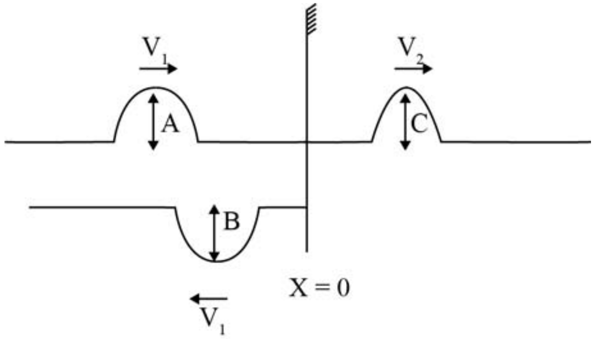
(C) $\left|\frac{k_1 - k_2}{k_1}\right|$

(D) $\left|\frac{k_1 - k_2}{k_2}\right|$

(E) $\left|\frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2}\right|$

Comenta

ONDAS



- As funções de onda.

$$Y_I = A\ \text{sen}(wt - k_1 x)\ (\text{Inicial})$$
$$Y_R = B\ \text{sen}(wt + k_1 x)\ (\text{Refletida})$$
$$Y_T = C\ \text{sen}(wt - k_2 x)\ (\text{Transmitida})$$

- A superposição para x = 0 temos:

$$\underbrace{Y_I|_{x=0} + Y_R|_{x=0}}_{\text{Função em, } x<0} = \underbrace{Y_T|_{x=0}}_{\text{Função em, } x>0} \to A\ \text{sen}\,wt + B\ \text{sen}\,wt + C\ \text{sen}\,wt$$
$$\boxed{A + B = C}\ (1)$$

- Para continuidade temos:

$$\left.\frac{dY_I}{dx}\right|_{x=0} + \left.\frac{dY_R}{dx}\right|_{x=0} = \left.\frac{dY_T}{dx}\right|_{x=0}$$
$$-K_1 A\cos(wt) + K_1 B\cos(wt) = -K_2 C\cos(wt)$$
$$-K_1 A + K_1 B = -K_2 C\ (2)$$

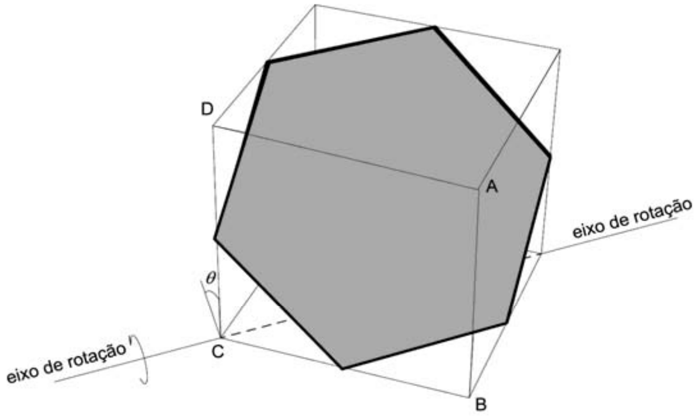
Em (1) e (2) temos:

$$\begin{cases} A + B = C & (K_2) \\ -K_1 A + K_1 B = -K_2 C \end{cases} \downarrow +$$

$$A(K_2 - K_1) + (K_1 + K_2)B = 0$$
$$B = \frac{(K_1 - K_2)}{K_1 + K_2} A \to \left|\frac{B}{A}\right| = \left|\frac{K_1 - K_2}{K_1 + K_2}\right|$$

Resposta correta: (E)

25ª QUESTÃO



A figura acima apresenta uma placa fotovoltaica em forma de hexágono sustentada por uma estrutura em forma de cubo, que pode girar em torno do eixo de rotação assinalado. Esta placa tem a capacidade máxima de 100 W de potência e sua tensão de saída é constante em 10 V. A potência máxima é atingida quando a radiação solar incide na placa perpendicularmente. Sabe-se que a radiação incide perpendicularmente à aresta $\overline{AB}$ e ao eixo de rotação ($\theta = 0$ na figura). A maior inclinação θ que a estrutura cúbica pode sofrer, diminuindo a potência fornecida pela placa, e ainda assim permitindo que a mesma alimente um resistor de 2,5 Ω, é:

(A) $asen(0{,}4) - asen(\sqrt{3}/_2)$

(B) $acos(0{,}4) - acos(\sqrt{3}/_2)$

(C) $acos(0{,}4) - acos(\sqrt{3}/_3)$

(D) $acos(0{,}4) - asen(\sqrt{3}/_3)$

(E) $asen(0{,}4) - acos(\sqrt{3}/_3)$

Comenta

ELETRICIDADE

Para incidência perpendicular:

P = 100 W
U = 10 V
i = 10A

Como U é constante, para alimentar um resistor de R = 2,5 Ω,

$$i' = \frac{U}{R} = \frac{10}{2,5} = 4A$$

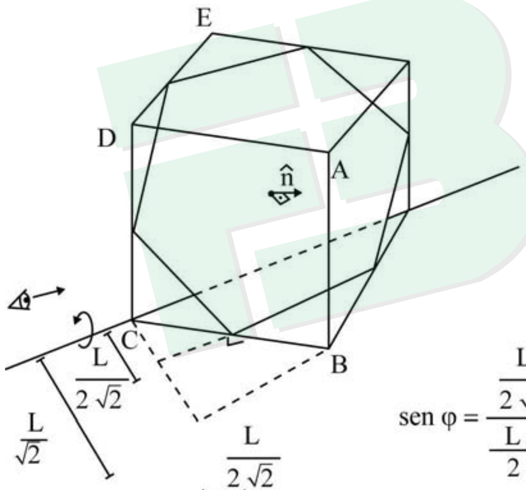
Para tal, a potência deve ser

$$P' = i' \cdot U = 4 \cdot 10 = 40W$$

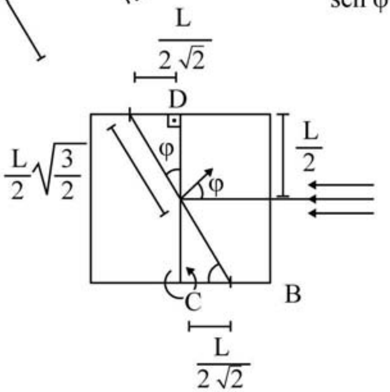
Seja β o ângulo entre a reta normal à superfície e os raios incidentes nessa condição:

$$P' = P \cdot \cos\beta \rightarrow \cos\beta = \frac{P'}{P} = \frac{40}{100} = 0,4$$

Na situação inicial, seja φ o ângulo entre a reta normal à superfície e os raios incidentes.



$$\text{sen}\,\varphi = \frac{\frac{L}{2\sqrt{2}}}{\frac{L\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

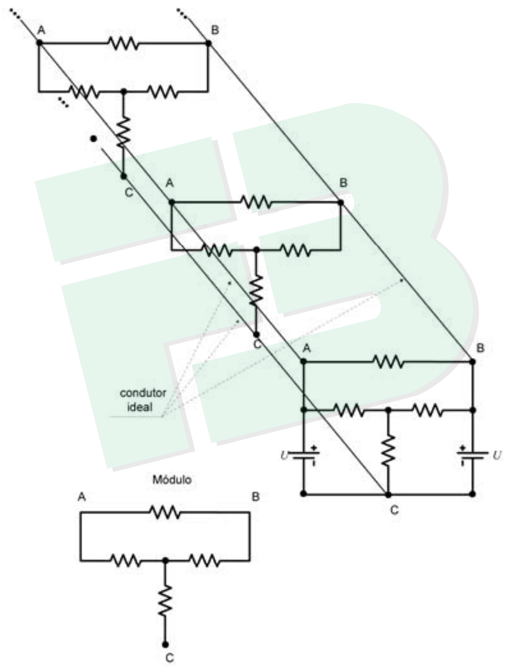


Logo, o ângulo inicial é arcsen $\left(\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)$ e o ângulo final, arccos (0, 4).

Portanto a rotação deve ser arccos 0,4 – arcsen $\left(\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)$.

Resposta FB: (D)
Resposta IME: (C)

26ª QUESTÃO



A figura acima apresenta um arranjo de resistores composto por N módulos formados por resistores iguais a R. Esses módulos possuem os nós A, B e C, sendo que todos os nós A são conectados entre si por meio de condutores ideais, conforme apresentado na figura, o mesmo acontecendo com os nós B entre si. No primeiro módulo, existem duas baterias com ddp iguais a U. A relação numérica $U^2/_R$ para que a potência total dissipada pelo arranjo seja igual a N watts é:

(A) $\frac{1}{3}$

(B) $\frac{2}{3}$

(C) 1

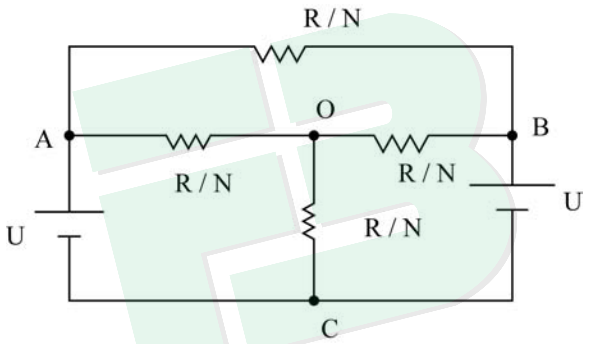
(D) $\frac{4}{3}$

(E) $\frac{3}{2}$

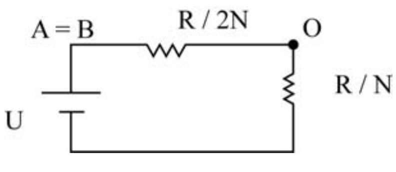
Comenta

ELETRICIDADE/ASSOCIAÇÃO RESISTORES

Da figura dada, o circuito equivalente pode ser assim colocado.



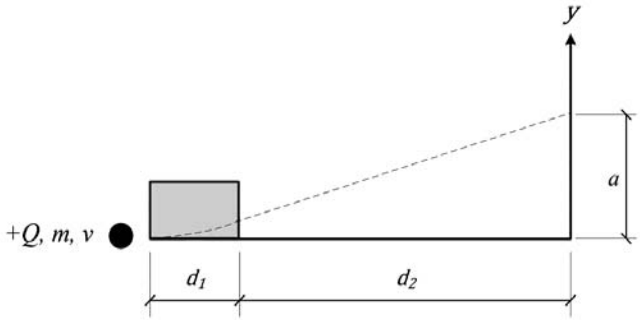
Pela simetria, podemos dizer que o circuito pode ser novamente reescrito
($V_A = V_B \Rightarrow A = B$)



$$P_O = \frac{U^2}{\frac{R}{2N} + \frac{R}{n}} = \frac{U^2 \cdot 2N}{3R} = N \Rightarrow \frac{U^2}{R} = \frac{3}{2}$$

Resposta correta: (E)

27ª QUESTÃO



Uma partícula de carga positiva $+Q$ penetra numa região de comprimento d_1 sujeita a um campo magnético de baixa intensidade e ortogonal ao plano da figura acima. Em seguida, penetra numa região de comprimento d_2, onde não existe campo magnético. Ao longo das regiões de comprimento d_1 e d_2, a partícula percorre a trajetória indicada pela linha tracejada da figura acima. Dadas as informações a seguir, a distância a, indicada na figura entre a origem e o ponto de passagem da partícula pelo eixo Y, é aproximadamente:

<u>Dados</u>:

- velocidade inicial da partícula: ortogonal ao eixo Y e de módulo v;
- módulo do campo magnético da região: B;
- distância entre o fim da região do campo magnético e o eixo Y: d_2;
- massa da partícula: m;
- $d_2 \gg d_1$;
- deslocamento vertical da partícula dentro da região magnetizada << d_1.

(A) $\frac{d_1 d_2 QB}{mv}$

(B) $\frac{d_2 mv}{QBd_1}$

(C) $\frac{2d_1 d_2 QB}{mv}$

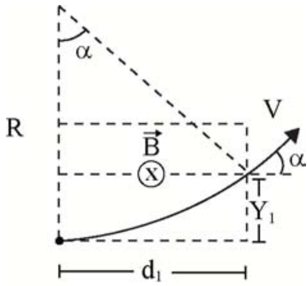
(D) $\frac{d_2 mv}{2QBd_1}$

(E) $\frac{d_1 d_2 QB}{2mv}$

Comenta

ELETROSTÁTICA

Região 1:



A trajetória na região 1 será um arco de circunferência.

$$\text{sen}\,\alpha = d_1/R$$

$$R^2 = (R - Y_1)^2 + d_1^2$$

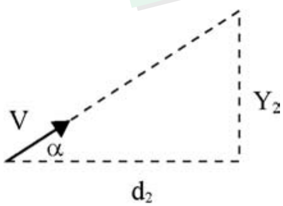
$$\cancel{R^2} = \cancel{R^2} - 2RY_1 + \cancel{Y_1^2} + d_1^2$$

$$\boxed{Y_1 = \frac{d_1^2}{2R}} \longrightarrow \text{muito pequeno}$$

No movimento circular, temos:

$$Q\cancel{v}B = \frac{mv^{\cancel{2}}}{R} \therefore R = \frac{mv}{QB}$$

Região 2:



A partícula percorre a região 2 com velocidade constante.

$$\text{tg}\,\alpha \approx \text{sen}\,\alpha$$

$$\frac{Y_2}{d_2} = \text{tg}\,\alpha \therefore Y_2 = \frac{d_1}{R} \cdot d_2$$

$$\boxed{y_2 = \frac{d_1 \cdot d_2}{mv} \cdot QB}$$

Considerando que $Y_2 >> Y_1$, temos que $a = \frac{d_1 d_2 QB}{mv}$.

Resposta FB: (A)
Resposta IME: (B)

28ª QUESTÃO

Uma mancha de óleo em forma circular, de raio inicial r_0, flutua em um lago profundo com água cujo índice de refração é n. Considere que a luz que atinge a mancha e a superfície da água seja difusa e que o raio da mancha cresça com a aceleração constante a. Partindo do repouso em $t = 0$, o volume de água abaixo da mancha que não recebe luz, após um intervalo de tempo t, é:

(A) $\frac{\pi r_0}{3\tan(sen^{-1}(\frac{1}{n}))}\left[\frac{1}{2}at^2 + r_0\right]^2$

(B) $\frac{\pi}{2\tan(sen^{-1}(\frac{1}{n}))}\left[\frac{1}{2}at^2 + r_0\right]^3$

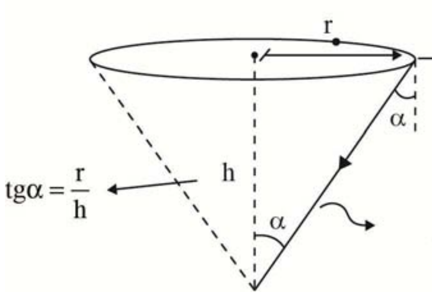
(C) $\frac{\pi}{3\tan(sen^{-1}(\frac{1}{n}))}\left[\frac{1}{2}at^2 + r_0\right]^3$

(D) $\frac{\pi r_0}{3\tan(sen^{-1}(n))}\left[\frac{1}{2}at^2 + r_0\right]^2$

(E) $\frac{\pi {r_0}^2}{3\tan(sen^{-1}(n))}\left[\frac{1}{2}at^2 + r_0\right]$

Comenta

ÓPTICA



Por lei de Smell, calculamos o ângulo limite

$1.\ sen\ 90° = n\ sen\ \alpha$

$sen\ \alpha = \frac{1}{\eta}$

O volume que não será tocado pela luz será um cone.

O raio, por ter aceleração constante, cresce da seguinte forma:

$$r = r_0 + \frac{1}{2}at^2$$

Assim, o volume é dado por:

$$\text{Vol} = \frac{1}{3}\cdot \pi r^2 \cdot h = \pi(r_0 + \frac{1}{2}at^2)^3 \big/ 3\text{tg}\alpha$$

$$\boxed{\text{Vol} = \frac{1}{3}\pi \ \frac{\left(r_0 + \frac{1}{2}at^2\right)^3}{\text{tg}\left(\text{arcsen}\left(\frac{1}{n}\right)\right)}}$$

Resposta correta: (C)

29ª QUESTÃO

Um projétil é lançado obliquamente de um canhão, atingindo um alcance igual a 1000 m no plano horizontal que contém a boca do canhão. Nesse canhão, o projétil parte do repouso executando um movimento uniformemente variado dentro do tubo até sair pela boca do canhão. Ademais, a medida que o projétil se desloca no interior do tubo, ele executa um movimento uniformemente variado de rotação, coaxial ao tubo. Tendo sido o projétil rotacionado de 1 rad durante seu deslocamento dentro do canhão, sua aceleração angular, em rad/s^2, ao deixar o canhão é:

Dados:

- ângulo do tubo do canhão em relação à horizontal: 45º;
- comprimento do tubo: 2 m;
- aceleração da gravidade: g = 10 m/s^2.

Consideração:

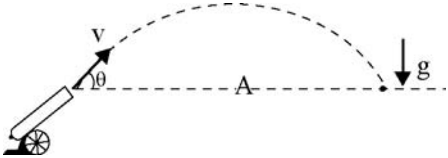
- despreze a resistência do ar.

(A) 12,5
(B) 25
(C) 1250
(D) 2500
(E) 500

Comenta

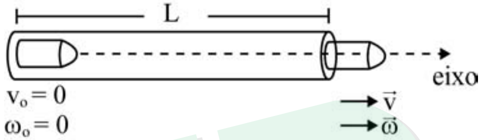
CINEMÁTICA

Pode-se calcular a velocidade de saída do projétil através de: $A = \frac{V^2}{g}\cdot \text{sen}\, 2\theta$



$$1000 = \frac{V^2}{10} \cdot 1 \therefore \boxed{V = 100 \text{ m/s}}$$

No interior do tubo:



Translação do projétil:

AS = 2 m
$V_0 = 0$
V = 100 m/s

$$\frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{V + V_0}{2}$$

$$\frac{2}{\Delta t} = \frac{100 + 0}{2} \rightarrow \Delta t = 0,04 \text{ s}$$

Rotação do projétil:

$\Delta\varphi = 1$ rad
$\Delta t = 0,04$ s
$\alpha = ?$

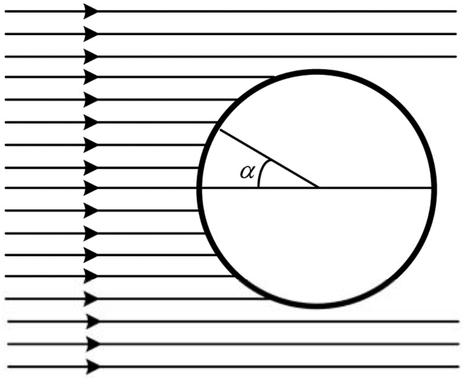
$$\Delta\varphi = \frac{1}{2}\alpha \cdot \Delta t^2$$

$$1 = \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot (0,04)^2$$

$$\boxed{\alpha = 1250 \text{ rad/s}^2}$$

Resposta correta: (C)

30ª QUESTÃO



Considere um feixe homogêneo de pequenos projéteis deslocando-se na mesma direção e na mesma velocidade constante até atingir a superfície de uma esfera que está sempre em repouso.

A esfera pode ter um ou dois tipos de superfícies: uma superfície totalmente refletora (colisão perfeitamente elástica entre a esfera e o projétil) e/ou uma superfície totalmente absorvedora (colisão perfeitamente inelástica entre a esfera e o projétil).

Em uma das superfícies (refletora ou absorvedora), o ângulo α da figura pertence ao intervalo $[0,\beta]$, enquanto na outra superfície (absorvedora ou refletora) α pertence ao intervalo $(\beta, \pi/2]$.

Para que a força aplicada pelos projéteis sobre a esfera seja máxima, o(s) tipo(s) de superfície(s) é(são):

(A) refletora em $[0, \pi/3]$ e absorvedora em $(\pi/3, \pi/2]$.
(B) refletora em $[0, \pi/4]$ e absorvedora em $(\pi/4, \pi/2]$.
(C) absorvedora em $[0, \pi/6]$ e refletora em $(\pi/6, \pi/2]$.
(D) absorvedora em $[0, \pi/4]$ e refletora em $(\pi/4, \pi/2]$.
(E) absorvedora em $[0, \pi/2]$.

Comenta

COLISÕES

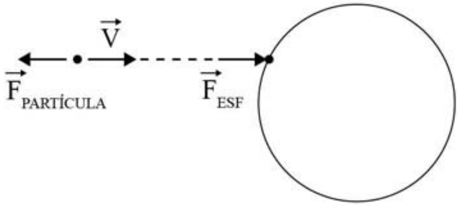
Usando o teorema do impulso para uma partícula, temos.

$$m \cdot \vec{v}_f = m \cdot \vec{v}_i + \vec{F} \cdot \Delta t$$

$$\vec{F} = \frac{m}{\Delta t}\left(\vec{v}_f - \vec{v}_i\right)$$

I. Para colisão inelástica: $\vec{v}_f = 0,\ \vec{v}_i = \vec{v}$

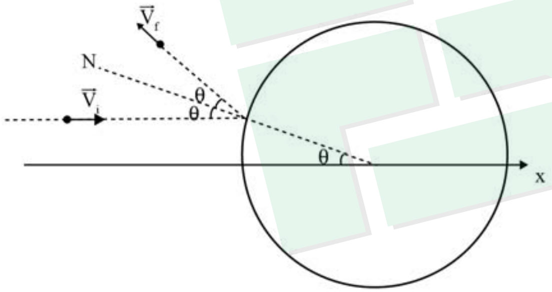
$$\vec{F}_{\text{partícula}} = -\frac{m}{\Delta t}\cdot\vec{v}$$

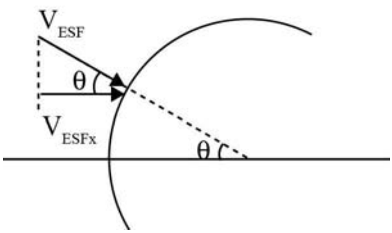


$$\vec{F}_{\text{ESF}} = -\vec{F}_{\text{partícula}}\ \left(\begin{matrix}\text{Ação e}\\ \text{reação}\end{matrix}\right)$$

$$\vec{F}_{\text{ESF}} = \frac{m}{\Delta t}\cdot\vec{v}\ \text{ e }\ \boxed{F_{\text{ESF}} = \frac{m}{\Delta t}\cdot V}\ \text{(I)}$$

II. Para colisão elástica: $\left|\vec{v}_f\right| = \left|\vec{v}_i\right| = v$





$$\vec{F}_{\text{partícula}} = \frac{m}{\Delta t}\left(\vec{v}_f - \vec{v}_i\right)$$

$$F_{\text{partícula}} = \frac{m}{\Delta t}\cdot 2v\cdot\cos\theta$$

$$F_{\text{esfera}} = \frac{m}{\Delta t}\cdot 2v\cdot\cos\theta$$

$$F_{\text{ESF}_x} = F_{\text{ESF}}\cdot\cos\theta$$

$$\boxed{F_{\text{ESF}_x} = \frac{m}{\Delta t}\cdot 2v\cdot\cos^2\theta}\ \text{(II)}$$

Para a força ser a maior possível (máxima), vamos calcular os valores de θ para que:

(II) > (I)

$$\frac{\cancel{m}}{\cancel{\Delta t}} \cdot 2\cancel{v} \cdot \cos^2\theta \geq \frac{\cancel{m}}{\cancel{\Delta t}} \cdot \cancel{v}$$

$$\cos^2\theta \geq \frac{1}{2}$$

$$\cos\theta \geq \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \boxed{0 \leq \theta \leq 45°} \quad F_{Sup \cdot Refletora} > F_{Sup \cdot Absorvedora}$$

e

$$\boxed{45° < \theta \leq 90°} \quad F_{Sup \cdot Refletora} < F_{Sup \cdot Absorvedora}$$

Resposta correta: (B)

QUÍMICA

31ª QUESTÃO

Para o grafite, ρ = 2250 kg/m³, $H^0 = 0$ e $S^0 = 5{,}7 \times 10^{-3}$ kJ/(mol.K). Para o diamante, ρ = 3500 kg/m³, $H^0 \neq 0$ e $S^0 = 2{,}4 \times 10^{-3}$ kJ/(mol.K). Na conversão do grafite em diamante, $\Delta G^0 = 2900$ kJ/mol. Com base nestas informações, é correto afirmar que:

(A) grafite e diamante são exemplos de carbono puro, mas não são formas alotrópicas de um mesmo elemento.
(B) em altas pressões, o diamante é menos estável que o grafite.
(C) o diamante pode se transformar, de forma espontânea, em grafite.
(D) a conversão do grafite em diamante é exotérmica.
(E) altas pressões favorecem a formação de grafite.

Comenta

TERMODINÂMICA

A conversão de grafite em diamante é dada por:

$C_{(graf)} \rightleftharpoons C_{(diam)}$

Para essa reação, tem-se:

$$\begin{cases} \Delta H^o > 0 \text{ (pois } H^o_{Diam} > 0, \text{ já que se trata de forma alotrópica menos estável)} \\ \Delta G^o = +2900 \text{ kJ/mol} \\ \Delta S^o = S^o_{Diam} - S^o_{Graf} = 2,4 \cdot 10^{-3} - 5,7 \cdot 10^{-3} = -3,3 \cdot 10^{-3} \text{ kJ / mol} \cdot \text{K.} \end{cases}$$

Observe ainda que, pelo aumento da pressão, o equilíbrio se desloca para o lado de maior densidade (pois trata-se de reação envolvendo sólidos). Portanto:

a) Falso. Grafite e diamante são variedades alotrópicos do elemento carbono.
b) Falso. Veja o texto acima.
c) Correto. Como a conversão de grafite em diamante não é espontânea em condições padrão, a reação inversa será.
d) Falso. Como $\Delta H^o > 0$, o processo é endotérmico.
e) Falso. Veja o texto acima.

Resposta correta: (C)

32ª QUESTÃO

No esboço da Tabela Periódica abaixo estão discriminados os números de nêutrons dos isótopos mais estáveis de alguns elementos.

1																	18
0	2											13	14	15	16	17	He
4	5											6	6	7	8	10	Ne
12	12	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	14	14	16	16	18	Ar
20	20	24	26	28	28	30	30	32	30	34	34	38	42	42	46	44	Kr
48	50	50	50	52	56	55	58	58	60	60	66	66	70	70	78	74	Xe
																	Rd

Considere agora um composto iônico binário, em que:

(i) o cátion, de carga +2, possui 12 prótons;
(ii) o ânion, de carga –3, possui 10 elétrons.

A massa de 1 mol deste composto é aproximadamente igual a:

(A) 38 g
(B) 100 g
(C) 122 g
(D) 90 g
(E) 50 g

Comenta

TABELA PERIÓDICA

I. Considere que o composto iônico binário é A_3B_2, Z = número atômico e M = massa molar.

II. Dado que o cátion A possui 12 prótons, temos que $Z_A = 12$. A distribuição eletrônica para A no estado fundamental é [Ne] $3s^2$, o que concorda com a carga +2 do cátion. Assim, A está no terceiro período da família 2 (alcalinos terrosos), tendo 12 nêutrons, conforme a tabela dada. Daí, podemos dizer que $M_A = 12 + 12 = 24$ g/mol.

III. B^{3-} possui 10 elétrons. Então, o $Z_B = 10 - 3 = 7$. A distribuição eletrônica para B no estado fundamental é $1s^2\ 2s^2\ 2p^3$. Assim, B pertence ao segundo período da família 15, tendo 7 nêutrons, conforme a tabela e a carga –3 do ânion. Daí, podemos dizer que $M_B = 7 + 7 = 14$ g/mol.

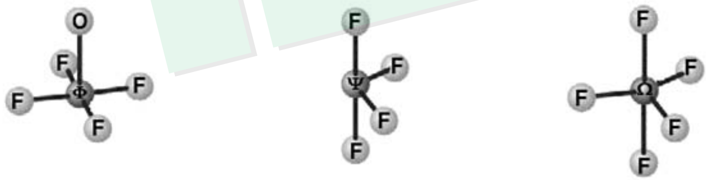
IV. Veja que A_3B_2 corresponde ao Mg_3N_2, cuja massa é: $M = 3 \times M_A + 2 \times M_B \rightarrow M = (3 \times 24 + 2 \times 14)$ g/mol $\rightarrow M = 100$ g/mol.

V. Resposta: A massa de 1 mol do composto é 100 g.

Resposta correta: (B)

33ª QUESTÃO

As moléculas ΦOF_4, ΨF_4 e ΩF_5 apresentam, respectivamente, formas geométricas que se aproximam das figuras (1), (2) e (3), mostradas a seguir, no modelo de bola e palito:



(1) (2) (3)

Sabendo-se que "Φ", "Ψ" e "Ω" representam elementos da tabela periódica, assinale a alternativa correta que indica, na sequência, as possíveis identidades destes elementos:

(A) Br, Te, Sb
(B) As, Sn, Sb
(C) Se, Sb, Cl
(D) Xe, S, P
(E) Bi, Pb, As

Parte da Tabela Periódica

3A 13	4A 14	5A 15	6A 16	7A 17	8A 18
					2 He
5 B	6 C	7 N	8 O	9 F	10 Ne
13 Al	14 Si	15 P	16 S	17 Cl	18 Ar
31 Ga	32 Ge	33 As	34 Se	35 Br	36 Kr
49 In	50 Sn	51 Sb	52 Te	53 I	54 Xe
81 Tl	82 Pb	83 Bi	84 Po	85 At	86 Rn

Comenta

GEOMETRIA MOLECULAR

As moléculas representadas no modelo de bola e palito possuem as seguintes configurações:

(1) ΦOF_4 = pirâmide de base quadrada, cujo átomo central (Φ) possui um par eletrônico não compartilhado na camada de valência, e que não está representado, ocupando uma posição axial. Tal átomo utiliza 6 elétrons de valência para formar as seguintes ligações: quatro covalentes normais com átomos de flúor e uma covalente coordenada com átomo de oxigênio. Assim, o átomo central é de um elemento da família 18 (8A).

(2) ΨF_4 = gangorra (tetraedro distorcido), cujo átomo central (Ψ) também possui um par eletrônico não compartilhado na camada de valência, e que não está representado, ocupando uma posição equatorial. Esse átomo utiliza 4 elétrons de valência para formar quatro ligações covalentes normais com átomo de flúor. Desse modo, o átomo central é de um elemento da família 16 (6A).

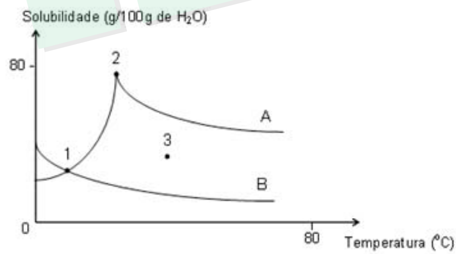
(3) ΩF_5 = bipirâmide trigonal, cujo átomo central (Ω) não possui par eletrônico não compartilhado na camada de valência. O referido átomo utiliza todos os 5 elétrons da camada de valência para formar cinco ligações com átomos de flúor, sendo portanto de um elemento da família 15 (5A).

A única combinação possível de elementos, dentre as alternativas apresentadas, é: xenônio (Xe), enxofre (S) e fósforo (P).

Resposta correta: (D)

34ª QUESTÃO

A figura a seguir representa as curvas de solubilidade de duas substâncias A e B.



Com base nela, pode-se afirmar que:

(A) No ponto 1, as soluções apresentam a mesma temperatura mas as solubilidades de A e B são diferentes.

(B) A solução da substância A está supersaturada no ponto 2.

(C) As soluções são instáveis no ponto 3.

(D) As curvas de solubilidade não indicam mudanças na estrutura dos solutos.

(E) A solubilidade da substância B segue o perfil esperado para a solubilidade de gases em água.

Comenta

SOLUBILIDADE

(A) **Falso**. As solubilidades de A e de B são iguais no ponto 1, pois neste há interseção das curvas.
(B) **Falso**. Um ponto da curva de solubilidade representa a saturação da substância a uma dada temperatura (solução saturada).
(C) **Falso**. Apenas a solução de B é instável no ponto 3, apresentando-se supersaturada. Já a solução de A é insaturada no ponto B.
(D) **Falso**. O ponto 2 é um ponto de inflexão, o que indica mudança na estrutura do soluto.
(E) **Verdadeiro**. A solubilidade de gases em água diminui com o aumento da temperatura, conforme a curva B.

Resposta correta: (E)

35ª QUESTÃO

Um isótopo de cromo, de massa atômica 54, constitui 53% da massa de um óxido formado exclusivamente pelo isótopo e por oxigênio. A partir dessa informação, pode-se estimar que a fórmula mínima do óxido e o calor específico do cromo-54 são:

(A) CrO_3 e 0,12 cal/(g.°C)
(B) CrO_3 e 0,18 cal/(g.°C)
(C) Cr_2O_6 e 0,12 cal/(g.°C)
(D) Cr_2O_3 e 0,16 cal/(g.°C)
(E) Cr_4O e 0,18 cal/(g.°C)

Comenta

CÁLCULOS QUÍMICOS

Podemos admitir um óxido de fórmula Cr_2O_x, de modo que o índice do oxigênio possa ser calculado como segue:

$$\frac{16x}{2\cdot 54} = \frac{47\%}{53\%} \Rightarrow x = 6 \Rightarrow \text{O óxido possui fórmula mínima } CrO_3$$

O calor específico pode ser obtido pela lei de Dulong-Petit:

$$M = \frac{6,4\text{cal}\cdot\text{mol}^{-1}\cdot{}^\circ C^{-1}}{c} \Rightarrow 54\text{g}\cdot\text{mol}^{-1} = \frac{6,4\text{cal}\cdot\text{mol}^{-1}\cdot{}^\circ C^{-1}}{c} \Rightarrow c = 0,12\text{cal}\cdot\text{g}^{-1}\cdot{}^\circ C^{-1}$$

Resposta correta: (A)

36ª QUESTÃO

Uma empresa de galvanoplastia produz peças especiais recobertas com zinco. Sabendo que cada peça recebe 7 g de Zn, que é utilizada uma corrente elétrica de 0,7 A e que a massa molar do zinco é igual a 65 g/mol, qual o tempo necessário para o recobrimento dessa peça especial?

(Constante de Faraday: 1 F = 96500 $C.mol^{-1}$)

(A) 4 h e 45 min.
(B) 6 h e 30 min.
(C) 8 h e 15 min.
(D) 10 h e 30 min.
(E) 12 h e 45 min.

Comenta

ELETROQUÍMICA

No processo de galvanoplastia descrito há eletrodeposição de zinco sobre peças especiais. A semiequação catódica é:

$$Zn^{2+}_{(aq)} + 2e^- \rightarrow Zn_{(s)}$$

A quantidade de carga pode ser calculada como segue:

$$Q = \frac{96500C}{1mol\ e^-} \cdot \frac{2mol\ e^-}{65g\ Zn} \cdot 7g\ Zn = 20.784,6C$$

O tempo decorrido é:

$$t = \frac{Q}{i} = \frac{20.784,6C}{0,7A} \cdot \frac{1h}{3600s} = 8,25h$$

Logo, o tempo necessário para o recobrimento dessa peça especial é de 8h e 15min.

Resposta correta: (C)

37ª QUESTÃO

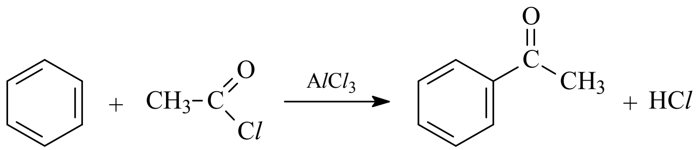
O benzeno sofre acilação de Friedel-Crafts, com $AlCl_3$ a 80ºC, produzindo a fenil metil cetona com rendimento acima de 80%. Para que esta reação ocorra, é necessária a presença de um outro reagente. Dois exemplos possíveis deste outro reagente são:

(A) cloreto de etanoíla e etanoato de etanoíla.
(B) propanona e ácido etanoico.
(C) brometo de etanoíla e metanal.
(D) brometo de propanoíla e etanoato de etila.
(E) etanol e etanal.

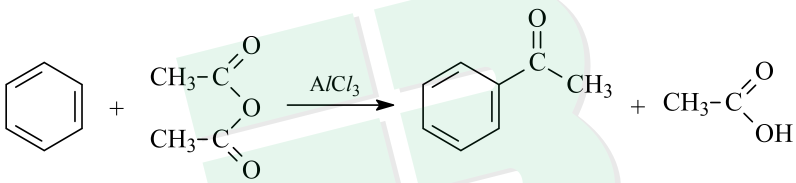
Comenta

REAÇÕES ORGÂNICAS

O produto da reação (fenil-metil-cetona) possui um grupo acila (etanoíla, também chamado acetila) ligado ao anel benzênico. A reação pode ser realizada como nos exemplos a seguir:



Cloreto
de etanoíla



Anidrido etanoico
(etanoato de etanoíla)

Resposta correta: (A)

38ª QUESTÃO

"A Olimpíada deve ser disputada sem o fantasma da fraude química, dentro do princípio de que, tanto quanto é importante competir, vencer é prova de competência". (Jornal "O Globo", 28/05/2016)

Considere que um atleta tenha consumido 64 mg de um anabolizante e que, após 4 dias, o exame antidoping tenha detectado apenas 0,25 mg deste composto. Assumindo que a degradação do anabolizante no organismo segue uma cinética de 1ª ordem, assinale a alternativa que apresenta o tempo de meia-vida da substância no organismo do atleta.

(A) 4 horas
(B) 6 horas
(C) 8 horas
(D) 12 horas
(E) 48 horas

Comenta

CINÉTICA QUÍMICA

Usando a equação integrada para a cinética de 1ª ordem:

$$\ln\left(\frac{m_o}{m}\right) = k \cdot t \Rightarrow \ln\left(\frac{64\ \text{mg}}{0,25\ \text{mg}}\right) = \left(\frac{\ln 2}{t_{1/2}}\right) \cdot t \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \ln(256) = \left(\frac{\ln 2}{t_{1/2}}\right) \cdot t \Rightarrow 8 \cdot \cancel{\ln 2} = \frac{\cancel{\ln 2}}{t_{1/2}} \cdot t \xrightarrow{p/t\ =\ 4\ \text{dias}} t_{1/2} = 0,5\ \text{dia} = 12\ \text{horas}$$

Resposta correta: (D)

39ª QUESTÃO

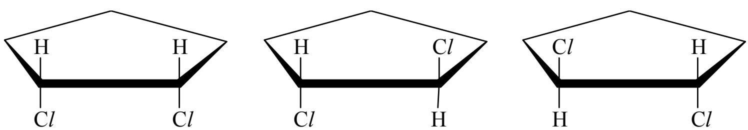
Assinale a alternativa correta.

(A) O 1,2-diclorociclopentano pode ser encontrado em duas configurações estereoisoméricas.
(B) O metilcicloexano pode ser encontrado em duas configurações estereoisoméricas, que diferem entre si na posição do grupo metila (equatorial ou axial).
(C) Existem dois enantiômeros do 1,3-dibromopropadieno.
(D) Existem três diastereoisômeros do 1,4-diclorocicloexano.
(E) Existem dois enantiômeros do 1,2-dicloroeteno.

Comenta

ESTEREOISOMERIA

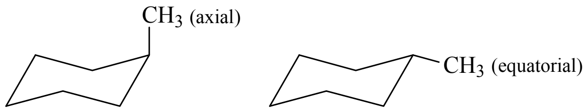
A) **Falso**. O 1,2-diclorociclopentano pode ser encontrado em três configurações estereoisoméricas:



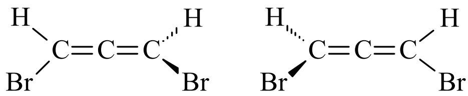
(1R,2S)
isômero meso

$\underbrace{\text{(1R,2R)} \qquad \text{(1S,2S)}}_{\text{um par de enantiômeros}}$

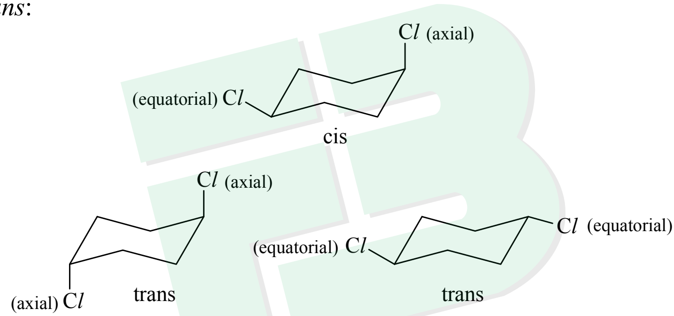
B) **Falso**. O metilcicloexano pode ser encontrado em duas conformações, as quais não são configurações estereoisoméricas e que diferem entre si na orientação espacial do grupo metil (equatorial e axial):



C) **Verdadeiro**. O 1,3-dibromopropadieno existe em duas estruturas quirais, constituindo um par de enantiômeros:



D) **Falso**. Há dois diastereoisômeros do 1,4-diclorocicloexano, que são as configurações *cis* e *trans*:



E) **Falso**. Existem dois diastereoisômeros do 1,2-dicloroeteno, que são as configurações *cis* e *trans*.

cis trans

Resposta correta: (C)

40ª QUESTÃO

Considere a reação, em equilíbrio, de produção do alvejante gasoso dióxido de cloro, que ocorre em um sistema reacional:

$$Cl_2(g) + 2\ NaClO_2(s) \rightleftarrows 2\ ClO_2(g) + 2\ NaCl(s)$$

Nessa situação, assinale a alternativa correta.

(A) A adição de mais clorito de sódio ao sistema desloca o equilíbrio da reação, de forma a produzir mais alvejante gasoso.

(B) A razão entre as constantes de equilíbrio K_P/K_C é igual a 0,0820568·T, em que T é a temperatura do sistema reacional, medida em kelvin.

(C) A retirada parcial de cloreto de sódio do sistema desloca o equilíbrio da reação, de forma a produzir menos alvejante gasoso.

(D) A constante de equilíbrio K_P é igual à constante de equilíbrio K_C.

(E) Para duas diferentes temperaturas do sistema reacional, desde que elevadas e compatíveis com a manutenção do equilíbrio, o valor numérico da constante de equilíbrio K_P é o mesmo, mantendo inalterada a produção de alvejante gasoso.

Comenta

EQUILÍBRIO QUÍMICO

A reação é:

$$C\ell_{2(g)} + 2\ NaC\ell O_{2(s)} \rightleftharpoons 2\ C\ell O_{2(g)} + 2\ NaC\ell_{(s)}$$

Então:

a) **Falso**. A alteração da quantidade de um componente sólido não desloca o equilíbrio.

b) **Correto**. Sabe-se que: $k_p = k_c \cdot (RT)^{\Delta n}$. Portanto:

$$k_p = k_c \cdot (RT)^1 \Rightarrow \frac{k_p}{k_c} = 0{,}082 \cdot T.$$

c) **Falso**. Veja o comentário em (A).

d) **Falso**. Veja o comentário em (B).

e) **Falso**. A constante de equilíbrio (k_p ou k_c) varia, para cada reação, apenas com a temperatura.

Resposta correta: (B)

MATEMÁTICA

1ª QUESTÃO

Seja M uma matriz real 2x2. Defina uma função f na qual cada elemento da matriz se desloca para a posição seguinte no sentido horário, ou seja, se $M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, implica que $f(M) = \begin{pmatrix} c & a \\ d & b \end{pmatrix}$. Encontre todas as matrizes simétricas 2x2 reais na qual $M^2 = f(M)$.

Comenta

MATRIZES

Se $M = \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$ é uma matriz simétrica 2×2, então: $f(M) = \begin{pmatrix} b & a \\ c & b \end{pmatrix}$ e

$$M^2 = \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a^2 + b^2 & ab + bc \\ ab + bc & b^2 + c^2 \end{pmatrix}$$

Queremos f(M) = M^2, e isso implica:

$$\begin{cases} b = a^2 + b^2 & (1) \\ a = ab + bc & (2) \\ c = ab + bc & (3) \\ b = b^2 + c^2 & (4) \end{cases}$$

De (2) e (3), $\boxed{a = c}$. Substituindo c por a, as equações ficam:

$$\begin{cases} b = a^2 + b^2 & (*) \\ a = 2ab & (**) \end{cases}$$

→ Se a = 0, então (**) é satisfeita e (*) fica $b = b^2 \ \therefore\ b = 0$ ou 1. Assim, $M = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ e $M = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ são soluções do problema.

→ Se $a \neq 0$, então, de (**), $b = \frac{1}{2}$. Logo, (*) fica:

$$\frac{1}{2} = a^2 + \frac{1}{4} \Rightarrow a^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow a = \pm\frac{1}{2}.$$

Assim, $M = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ e $M = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$ são soluções do problema.

Conclusão: $M = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ ou $\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$

2ª QUESTÃO

Resolva a inequação, onde $x \in \mathbb{R}$.

$$\frac{9x^2}{(1-\sqrt{3x+1})^2} > 4$$

Comenta

INEQUAÇÃO

Primeiramente, veja que $1-\sqrt{3x+1} \neq 0$ e, portanto, $(1-\sqrt{3x+1})^2 > 0$. Assim, a inequação dada é equivalente a $(3x^2) > [2(1-\sqrt{3x+1})]^2 \Leftrightarrow |3x| > |2(1-\sqrt{3x+1})|$.

1º caso: $-\frac{1}{3} \leq x < 0$:

Neste caso, $0 \leq 3x+1 < 1$. Daí, temos $-3x > 2(1-\sqrt{3x+1}) \Leftrightarrow 2\sqrt{3x+1} > \underbrace{2+3x}_{>0} \Rightarrow$

$4(3x+1) > 4+12x+9x^2 \Rightarrow 9x^2 < 0$, absurdo.

Logo, não há solução nesse caso.

2º caso: $x \geq 0$

Neste caso, $3x + 1 \geq 1$. Assim:

$3x > 2(\sqrt{3x+1}-1) \Leftrightarrow 2\sqrt{3x+1} < 3x+2 \Rightarrow 4(3x+1) < 9x^2+12x+4 \Rightarrow 9x^2 > 0 \Rightarrow x > 0.$

Portanto, a solução é o conjunto $\mathbb{R}_+^*$.

3ª QUESTÃO

Resolva o sistema de equações, onde $x \in \mathbb{R}$ e $y \in \mathbb{R}$.

$$\begin{cases} \log_3(\log_{\sqrt{3}} x) - \log_{\sqrt{3}}(\log_3 y) = 1 \\ \left(y\sqrt[3]{x}\right)^2 = 3^{143} \end{cases}$$

Comenta

LOGARITMO

Condição de Existência:

$$\log_{\sqrt{3}} x > 0 \quad \text{e} \quad \log_3 y > 0$$
$$x > 1 \qquad \text{e} \qquad y > 1$$

Vamos utilizar artifício:
$\log_{\sqrt{3}} x = a;\ \log_3 y = b$

Substituindo na equação (I), temos:
$$\log_3 a - \log_{\sqrt{3}} b = 1 \rightarrow \log_3 a = \log_{\sqrt{3}} \sqrt{3} + \log_{\sqrt{3}} b = \log_{\sqrt{3}} \sqrt{3}b$$

Logo:
$$\log_3 a = \log_3 3b^2 \rightarrow \boxed{a = 3b^2} \ \text{(III)}$$

De acordo com equação (II), temos:

$$\log_3 (y - \sqrt[3]{x})^2 = \log_3 3^{143} \rightarrow 2 \cdot \left(\log_3 y + \log_3 \sqrt[3]{x}\right) = 143$$
$$2\left(\log_3 y + \frac{1}{3}\log_3 x\right) = 143$$
$$2\log_3 y + 2 \cdot \frac{1}{3}\log_3 x = 143$$
$$2\log_3 y + \frac{1}{3} \cdot \log_{\sqrt{3}} x = 143$$

Mas:
$$2 \cdot b + \frac{1}{3} \cdot a = 143$$
$$\boxed{6b + a = 143.3} \ \text{(IV)}$$

Substituindo a equação (III) na equação (IV), teremos:
$6b + 3b^2 = 143 \cdot 3 \qquad \div (3)$
$b^2 + 2b = 143 \qquad (+1)$
$b^2 + 2b + 1 = 144$

Portanto:

$(b+1)^2 = 144$

$b+1 = \pm 12$

$b+1 = 12 \rightarrow \boxed{b = 11}$

$b+1 = -12 \rightarrow \boxed{b = -13}$

Com isso:

Se $b = 11 \rightarrow a = 3 \cdot 11^2 = 363$

Logo:

$\log_{\sqrt{3}} x = 363; \quad \log_3 y = 11$

$x = (\sqrt{3})^{363} \quad ; y = 3^{11}$

Se b = – 13, temos:

$\log_3 y = -13 \rightarrow y = 3^{-13} \rightarrow \underset{\text{(não satisfaz)}}{\boxed{y = \frac{1}{3^{31}}}}$, pois o valor de y > 1. Portanto, o conjunto solução é $S = \left\{\left(\left(\sqrt{3}\right)^{363}; 3^{11}\right)\right\}$.

4ª QUESTÃO

Classifique o sistema abaixo como determinado, possível indeterminado e impossível de acordo com os valores reais de *m*.

$$\begin{cases} (m-2)x + 2y - z = m+1 \\ 2x + my + 2z = m^2 + 2 \\ 2mx + 2(m+1)y + (m+1)z = m^3 + 3 \end{cases}$$

Comenta

SISTEMAS LINEARES

Para estudar o sistema Av = B, onde:

$$A = \begin{bmatrix} m-2 & 2 & -1 \\ 2 & m & 2 \\ 2m & 2(m+1) & (m+1) \end{bmatrix}, v = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} m+1 \\ m^2+2 \\ m^3+3 \end{bmatrix}$$

Precisamos estudar o determinante de A.

$$\det A = \begin{vmatrix} m-2 & 2 & -1 \\ 2 & m & 2 \\ 2m & 2(m+1) & (m+1) \end{vmatrix} = (m-2)m(m+1) + 2\cdot 2\cdot 2m + (-1)\cdot 2\cdot 2(m+1) - (-1)\cdot m\cdot 2m - 2\cdot 2\cdot (m+1) - 2(m-2)\cdot 2(m+1)$$

$= m^3 - m^2 - 2m + 8m - 4m - 4 + 2m^2 - 4m - 4 - 4m^2 + 4m + 8 =$

$= m^3 - 3m^2 + 2m = m(m-1)(m-2)$

- Se $m \neq 0$, 1 ou 2, então $\det A \neq 0$, de modo que o sistema é possível e determinado;
- Se $m = 0$, o sistema fica:

$$\begin{cases} -2x + 2y - z = 1 \\ 2x + 2z = 2 \\ 2y + z = 3 \end{cases}$$

Note que $(x, y, z) = (0, 1, 1)$ é solução particular, logo, o sistema é possível. E como $\det A = 0$, então o sistema é possível e indeterminado.

- Se $m = 1$, o sistema fica:

$$\begin{cases} -x + 2y - z = 2 \\ 2x + y + 2z = 3 \\ 2x + 4y + 2z = 4 \end{cases}$$

Subtraindo a segunda equação da terceira, temos $3y = 1 \rightarrow y = \frac{1}{3}$.

- Substituindo o valor de **y** nas equações, temos:

$$\begin{cases} -x + \frac{2}{3} - z = 2 \\ 2x + \frac{1}{3} + 2z = 3 \\ 2x + \frac{4}{3} + 2z = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x - z = \frac{4}{3} \\ 2x + 2z = \frac{8}{3} \\ 2x + 2z = \frac{8}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + z = -\frac{4}{3} \\ x + z = \frac{4}{3} \\ x + z = \frac{4}{3} \end{cases}$$

Daí, $x + z = \frac{4}{3} = -\frac{4}{3}$, uma contradição.

Logo, se $m = 1$, o sistema é impossível.

- Se m = 2, o sistema fica:

$$\begin{cases} 2y - z = 3 & (1) \\ 2x + 2y + 2z = 6 & (2) \\ 4x + 6y + 3z = 11 & (3) \end{cases}$$

Subtraindo o dobro da segunda equação da terceira equação, temos $2y - z = 11 - 2 \cdot 6 = -1$, e de (1) temos $3 = -1$, uma contradição.
Logo, para m = 2, o sistema é impossível.

Conclusão: o sistema é:
- Possível e determinado, se $m \neq 0, 1, 2$;
- Possível e indeterminado, se $m = 0$;
- Impossível, se $m = 1$ ou $m = 2$.

5ª QUESTÃO

Sejam os complexos $z = a + bi$ e $w = 47 + ci$, tais que $z^3 + w = 0$. Determine o valor de a, b e c, sabendo que esses números são inteiros e positivos.

Comenta

NÚMEROS COMPLEXOS

De acordo com o enunciado, temos:
$z = a + bi$ e $w = 47 + ci$
$z^3 + w = 0$
$(a + bi)^3 + 47 + ci = 0$
$a^3 + 3a^2bi + 3 \cdot a \cdot b^2i^2 + b^3i^3 + 47 + ci = 0$
$(a^3 - 3ab^2 + 47) + (3a^2b - b^3 + c)i = 0$

Com isso:
i) $a^3 - 3ab^2 + 47 = 0$,
ii) $3a^2b - b^3 + c = 0$.

Logo:
$a(a^2 - 3b^2) = -47$.

Temos:
$a = 1$ e $a^2 - 3b^2 = -47$, ou $a = 47$ e $a^2 - 3b^2 = -1$ (impossível, pois $3b^2 = 47^2 + 1$, e $47^2 + 1$ não é múltiplo de 3).

Então:

$1 - 3b^2 = -47$

$3b^2 = 48 \rightarrow b = \pm 4$ (mas – 4 não satisfaz) com isso $\boxed{b = 4}$ na equação (ii), teremos:

$3a^2b - b^3 + c = 0$

$3 \cdot 1 \cdot 4 - 4^3 + c = 0$

$c = 64 - 12 \rightarrow \boxed{c = 52}$

Portanto, a = 1, b = 4 e c = 52.

6ª QUESTÃO

Um triângulo ABC tem o seu vértice A na origem do sistema cartesiano, seu baricentro é o ponto D(3,2) e seu circuncentro é o ponto E(55/18,5/6). Determine:

- a equação da circunferência circunscrita ao triângulo ABC;
- as coordenadas dos vértices B e C.

Comenta

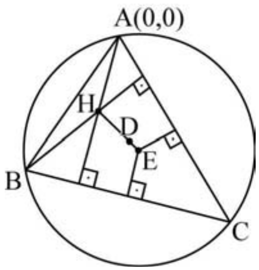
GEOMETRIA ANALÍTICA

- Como $d_{AE} = R$, tem-se:

$$R^2 = \left(\frac{55}{18}\right)^2 + \left(\frac{5}{6}\right)^2 \Rightarrow R^2 = \frac{3250}{324} = \frac{1625}{162}$$

Logo, a equação reduzida da circunferência será: $\left(x - \frac{55}{18}\right)^2 + \left(y - \frac{5}{6}\right)^2 = \frac{1625}{162}$.

- Utilizando as propriedades da reta de Euler no esboço a seguir; em que H é o ortocentro



$$D = (3,2)$$

$$\begin{cases} x_B + x_C = 9 \\ y_B + y_C = 6 \end{cases}$$

$$\overrightarrow{HD} = 2\overrightarrow{DE} \rightarrow D - H = 2(E - D)$$

$$\rightarrow H = 3D - 2E = 3(3,2) - 2\left(\frac{55}{18}, \frac{5}{6}\right) = (9,6) - \left(\frac{55}{9}, \frac{5}{3}\right) = \left(\frac{26}{9}, \frac{13}{3}\right)$$

$$\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AH} = 0 \rightarrow (X_B - X_C, Y_B - Y_C) \cdot \left(\frac{26}{9}, \frac{13 \cdot 3}{3 \cdot 3}\right) = 0$$

$$\rightarrow 26(X_B - X_C) + 39(Y_B - Y_C) = 0 \rightarrow \begin{cases} 2(X_B - X_C) + 3(Y_B - Y_C) = 0 \\ 2(X_B + X_C) + 3(Y_B + Y_C) = 18 + 18 \end{cases}$$

$$4X_B + 6Y_B = 36$$

$$\boxed{2X_B + 3Y_B = 18} \quad (I)$$

Fazendo $d_{BE} = R^2$:

$$\boxed{\left(X_B - \frac{55}{18}\right)^2 + \left(Y_B - \frac{5}{6}\right)^2 = \frac{3250}{324}} \quad (II)$$

De I em II, chegamos em:

$$y_B^2 - 6y_B + 8 = 0 \begin{cases} y_B = 2;\ x_B = 6 \\ y_B = 4;\ x_B = 3 \end{cases}$$

Se B(6,2), então C(3,4).
Se B(3,4), então C(6,2).

7ª QUESTÃO

Se $\dfrac{\cos x}{\cos y} + \dfrac{\text{sen}\, x}{\text{sen}\, y} = -1$, calcule o valor S.

$$S = \frac{3\cos y + \cos 3y}{\cos x} + \frac{3\,\text{sen}\, y - \text{sen}\, 3y}{\text{sen}\, x}$$

Comenta

TRIGONOMETRIA

Solução 1:

De acordo com o enunciado, temos:

$$S = \frac{3\text{sen}(x + y) + \text{sen}(x - 3y)}{\text{sen}x \cos x}$$

Com isso:
(i): 3sen (x + y) + sen(x – 3y) = a.
(ii): senx · cosx = b
(iii): 2sen (x + y) + sen2y = 0.

Fazendo: (i) – 4(ii) – 2(iii), temos:
–sen(x + y) + sen(x – 3y) – 2sen2x – 2sen2y = a – 4b
2·sen(–2y) · cos(x – y) – 2 · 2sen(x + y) · cos(x – y) = a – 4b

Mas:
2sen(x + y) = –seny

Portanto:
– 2 sen 2 y · cos (x – y) + 2 · sen 2y · cos(x – y) = a – 4b
a – 4b = 0 → a = 4b
Então:

$$S = \frac{a}{b} \rightarrow S = \frac{4\cancel{b}}{\cancel{b}} = \boxed{4}$$

Solução 2:

A condição $\frac{\cos x}{\cos y} + \frac{\operatorname{sen} x}{\operatorname{sen} y} = -1$ é equivalente a cos x sen y + senx cosy = – sen y cos y

$$\Rightarrow \boxed{\operatorname{sen}(x+y) = -\frac{1}{2}\operatorname{sen}\ 2y}$$

Agora, perceba que transformando somas em produtos

3 sen (x + y) + sen (x – 3y) – 2 sen 2x =

= 2(sen (x + y) – sen 2x) + (sen (x + y) + sen (x – 3y)) =

$$= 2\left(\underbrace{2\operatorname{sen}\left(\frac{y-x}{2}\right)}_{-\operatorname{sen}\left(\frac{x-y}{2}\right)}\cos\left(\frac{3x+y}{2}\right)\right) + 2\cdot\underbrace{\operatorname{sen}(x-y)}_{2\operatorname{sen}\left(\frac{x-y}{2}\right)\cos\left(\frac{x-y}{2}\right)}\cos(2y)$$

$$= 4\operatorname{sen}\left(\frac{x-y}{2}\right)\left[\cos(2y)\cos\left(\frac{x-y}{2}\right) - \cos\left(\frac{3x+y}{2}\right)\right] =$$

$$= 4\operatorname{sen}\left(\frac{x-y}{2}\right)\left[\frac{1}{2}\left(\cos\left(\frac{x+3y}{2}\right) + \cos\left(\frac{5y-x}{2}\right)\right) - \cos\left(\frac{3x+y}{2}\right)\right] =$$

$$= 2\text{sen}\left(\frac{x-y}{2}\right)\left[\left(\cos\left(\frac{x+3y}{2}\right)-\cos\left(\frac{3x+y}{2}\right)\right)+\left(\cos\left(\frac{5y-x}{2}\right)-\cos\left(\frac{3x+y}{2}\right)\right)\right]=$$

$$= 2\text{sen}\left(\frac{x-y}{2}\right)\left[-2\text{sen}(x+y)\underbrace{\text{sen}\left(\frac{y-x}{2}\right)}_{-\text{sen}\left(\frac{x-y}{2}\right)}-2\text{sen}\left(\frac{x+3y}{2}\right)\underbrace{\text{sen}(y-x)}_{-2\text{sen}\left(\frac{x-y}{2}\right)\cos\left(\frac{x-y}{2}\right)}\right]$$

$$= 8\text{sen}^2\left(\frac{x-y}{2}\right)\left[\frac{\text{sen}(x+y)}{2}+\underbrace{\text{sen}\left(\frac{x+3y}{2}\right)\cos\left(\frac{x-y}{2}\right)}_{\frac{1}{2}(\text{sen}(x+y)+\text{sen}2y)}\right]$$

$$= 8\text{sen}^2\left(\frac{x-y}{2}\right)\left[\text{sen}(x+y)+\frac{1}{2}\text{sen}2y\right]\overset{(*)}{=}0$$

Logo, $\boxed{3\text{sen}(x+y)+\text{sen}(x-3y)=2\text{sen}2x}$ (**)

Finalmente:

$$S=\frac{3\cos y+\cos 3y}{\cos x}+\frac{3\text{sen}y-\text{sen}3y}{\text{sen}x}=$$

$$=\frac{3(\text{sen}x\cos y+\text{sen}y\cos x)+(\text{sen}x\cos 3y-\text{sen}3y\cos x)}{\text{sen}x\cos x}=\frac{3\text{sen}(x+y)+\text{sen}(x-3y)}{\text{sen}x\cos x}=$$

$$\overset{(**)}{=}\frac{2\text{sen}2x}{\text{sen}x\cos x}=4$$

8ª QUESTÃO

Seja A={1,2,3,4}.

- Quantas funções de A para A têm exatamente 2 elementos em seu conjunto imagem?
- Entre as 256 funções de A para A, sorteiam-se as funções f e g, podendo haver repetição. Qual a probabilidade da função composta $f \circ g$ ser uma função constante?

COMBINATÓRIA E PROBABILIDADE

1º) Primeiramente, escolha os dois elementos que farão parte do conjunto imagem. Isso pode ser feito de $\binom{4}{2}$ maneiras. O número de funções do conjunto destes dois elementos é (2^4). Desconsiderando os casos em que essa função é constante (casos em que a imagem tem um só elemento), teremos ($2^4 - 2$) funções restantes. Assim, pelo princípio multiplicativo, o total de funções é: $\binom{4}{2}\cdot\left(2^4-2\right)=6\cdot 14=84$ funções.

2º) Queremos agora contar quantos são os pares (f, g) de funções, tais que (f o g) é constante, ou seja, $f(g(x)) = c$, $\forall\, x \in A = \{1, 2, 3, 4\}$ e $c \in A$.
Vamos dividir em casos de acordo com a quantidade de elementos da imagem da função **g**.

Observe primeiramente que "c" pode ser escolhido de 4 maneiras.

1º caso: A imagem de **g** tem 4 elementos
Assim, $f(x) = c$, $\forall\, x \in A \Rightarrow$ **f** é a função constante.
Daí:
$\rightarrow$ c pode ser escolhido de 4 maneiras.
$\rightarrow$ **g** pode ser escolhido de 4! maneiras.
$\rightarrow$ **f** está determinada e pode ser escolhida de 1 maneira.

Total de pares (f, g)
$4 \cdot 4! \cdot 1 = 4 \cdot 4!$

2º caso: A imagem de **g** tem 3 elementos.
A imagem de **g** pode ser escolhida de $\binom{4}{3}$ maneiras.

Em **g**, dois elementos do domínio devem mandar flecha para um mesmo elemento da imagem. Esse elemento pode ser escolhido de 3 maneiras, e uma vez escolhida a imagem, g pode ser escolhida de $\binom{4}{2}\cdot 2\cdot 1$ maneiras.

Na **f**, os elementos da imagem de **g** devem mandar flecha para **c** (já estão determinados) e o 4º elemento pode ser escolhido de 4 maneiras. Assim, o total de pares (f, g), neste caso, será: $\binom{4}{3} \cdot 3 \cdot \binom{4}{2} \cdot 2 \cdot 1 \cdot 4 \cdot 4 = 4 \cdot 3 \frac{4 \cdot 3}{2} \cdot 2 \cdot 4 \cdot 4 = 3^2 \cdot 2^8$

3º caso: A imagem de **g** tem 2 elementos.

A imagem de **g** pode ser escolhida de $\binom{4}{2}$ maneiras.

Uma vez escolhida a imagem, cada elemento de **g** tem 2 possibilidades para mandar a flecha. Devemos descontar os 2 casos em que **g** é constante. Assim, o total de funções **g** é: $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 - 2 = 14$

Escolhida a função **g**, a f(imagem de **g**) está determinada e os outros 2 elementos podem ser escolhidos aleatoriamente.
f pode ser escolhido, então, de $4 \cdot 4$ maneiras.
A constante "c" pode, então, ser escolhida de 4 maneiras.
Portanto, o total de pares de funções, neste caso, é:
$\binom{4}{2} \cdot 14 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4$

4º caso: A imagem de **g** tem 1 elemento.

→ Temos 4 maneiras de escolhermos a imagem de **g**. Isso determina f(imagem de **g**).
→ Os outros 3 elementos do domínio de **f** podem mandar flechas aleatórias de $4 \cdot 4 \cdot 4$ maneiras.
→ O valor da constante "c" também pode ser escolhido de 4 maneiras.
Portanto, o total de pares de funções, neste caso, é:
$4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 4^5 = 2^{10}$

Portanto, o total de pares de funções (f, g), tais que (f o g) é constante, é:

$$4 \cdot 4! + 3^2 \cdot 2^8 + \binom{4}{2} \cdot 14 \cdot 4^3 + 2^{10} =$$

$$96 + 2304 + 5376 + 1024 = 8800$$

Assim:
→ Total de pares (f, g) possíveis: $256 \cdot 256 = 2^{16}$
→ Total de pares (f, g) favoráveis: 8800

Portanto, a probabilidade desejada é:

$$P = \frac{\text{Nº de casos favoráveis}}{\text{Nº de casos possíveis}} = \frac{8800}{2^{16}} = \frac{2^5 \cdot 5^2 \cdot 11}{2^{16}} = \frac{25 \cdot 11}{2^{11}}$$

$$\Rightarrow \boxed{P = \frac{275}{2048}}$$

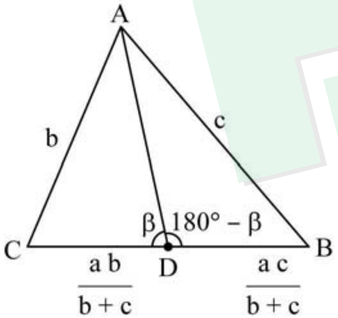
9ª QUESTÃO

Em um triângulo ABC, a medida da bissetriz interna AD é a média geométrica entre as medidas dos segmentos BD e DC, e a medida da mediana AM é a média geométrica entre os lados AB e AC. Os pontos D e M estão sobre o lado BC de medida *a*. Pede-se determinar os lados AB e AC do triângulo ABC em função de *a*.

Comenta

GEOMETRIA PLANA

1º) Considere o ΔABC com a bissetriz $\overline{AD}$:



$$\begin{cases} \overline{CD} = \dfrac{ab}{b+c} \\ \overline{BD} = \dfrac{ac}{b+c} \end{cases}$$

<u>Lei dos Cossenos:</u>

1.1) No ΔADC: $b^2 = \left(\frac{ab}{b+c}\right)^2 + \overline{AD}^2 - 2 \cdot \frac{ab}{(b+c)} \cdot \overline{AD} \cdot \cos\beta \Rightarrow$

$$\Rightarrow \boxed{\cos\beta = \frac{\left(\frac{ab}{b+c}\right)^2 + \overline{AD}^2 - b^2}{2 \cdot \frac{ab}{(b+c)} \cdot \overline{AD}}} \quad (1)$$

1.2) No ΔABD: $\boxed{c^2 = \overline{AD}^2 + \left(\frac{ac}{b+c}\right)^2 + 2\cdot\overline{AD}\cdot\frac{ac}{b+c}\cdot\cos\beta}$ (2)

Substituindo $\boxed{1}$ em $\boxed{2}$:

$$c^2 = \overline{AD}^2 + \left(\frac{ac}{b+c}\right)^2 + \cancel{2}\cdot\cancel{\overline{AD}}\cdot\frac{\cancel{a}c}{b+c}\cdot\left[\frac{\left(\frac{ab}{b+c}\right)^2 + \overline{AD}^2 - b^2}{\cancel{2}\cdot\frac{\cancel{a}b}{(b+c)}\cdot\cancel{\overline{AD}}}\right].$$

Como $\overline{AD} = \sqrt{\frac{ab}{b+c}\cdot\frac{ac}{b+c}} = \frac{a}{(b+c)}\cdot\sqrt{bc}$:

$$c^2 = \frac{a^2}{(b+c)^2}\cdot bc + \frac{a^2c^2}{(b+c)^2} + \frac{c}{b+c}\cdot\left[\left(\frac{a^2b^{\cancel{2}}}{(b+c)^2} + \frac{a^2}{(b+c)^2}\cdot\cancel{b}c - b^{\cancel{2}}\right)\cdot\frac{(b+c)}{\cancel{b}}\right]$$

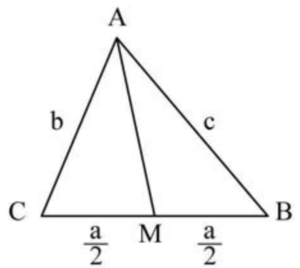
$$c^2 = \frac{a^2bc}{(b+c)^2} + \frac{a^2c^2}{(b+c)^2} + \frac{c}{(b+c)}\cdot\left[\frac{a^2b + a^2c - b\cdot(b+c)^2}{(b+c)}\right]$$

$$c^2 = \frac{a^2bc + a^2c^2 + a^2bc + a^2c^2 - bc(b+c)^2}{(b+c)^2}$$

$$c^2 = \frac{2a^2c(b+c) - bc(b+c)^2}{(b+c)^2} \Rightarrow c^2 = \frac{2a^2c - bc(b+c)}{(b+c)}$$

$$\Rightarrow \boxed{c = \frac{2a^2 - b(b+c)}{(b+c)}} \quad (3)$$

2º) Considere agora a mediana $\overline{AM}$:



$$\overline{AM} = \frac{1}{2}.\sqrt{2b^2 + 2c^2 - a^2}$$

Como $\overline{AM} = \sqrt{bc} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \sqrt{bc}\cdot 2 = \sqrt{2b^2 + 2c^2 - a^2}$$

$$\Rightarrow 4bc = 2b^2 + 2c^2 - a^2$$

$$\Rightarrow a^2 = 2\cdot(b^2 - 2bc + c^2) = 2\cdot(b-c)^2 \Rightarrow \boxed{a^2 = 2\cdot(b-c)^2} \quad (4)$$

Substituindo (4) em (3): $c = \dfrac{4\cdot(b-c)^2 - b\cdot(b+c)}{(b+c)}$

$\Rightarrow\ bc + c^2 = 4b^2 + 4c^2 - 8bc - b^2 - bc \Rightarrow 3b^2 + 3c^2 - 1cbc = 0 \ \Rightarrow\ 3b^2 - b\cdot(10c) + 3c^2 = 0$

$\Rightarrow \Delta = 100c^2 - 4\cdot 3\cdot 3c^2 = 100c^2 - 36c^2 = 64c^2 \ \Rightarrow\ b = \dfrac{10c \pm 8c}{6} \Rightarrow b = 3c$ ou $\dfrac{c}{3}$

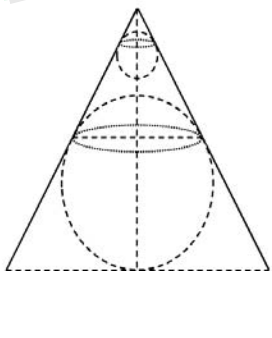
Podemos assumir sem perda de generalidade que $c > b$

$\Rightarrow\ \boxed{c = 3b}$. Assim, substituindo em (4): $a^2 = 2\cdot(-2b)^2 = 8b^2$

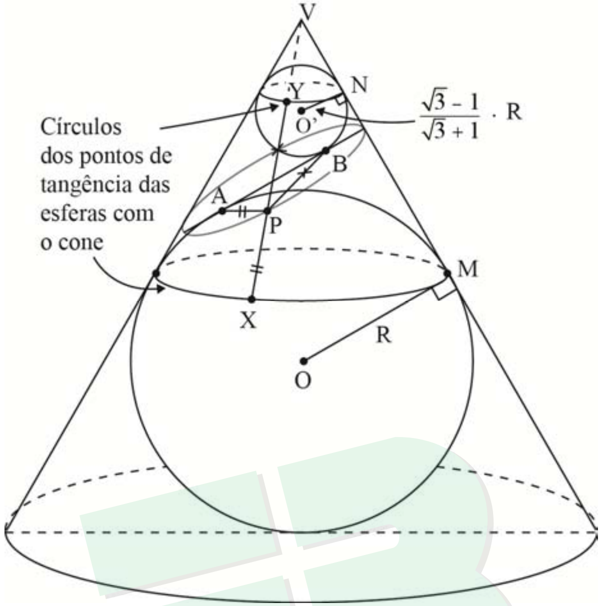
$\Rightarrow\ b^2 = \dfrac{a^2}{8} \ \Rightarrow\ b = \dfrac{a}{2\sqrt{2}} \ \Rightarrow\ \boxed{b = \dfrac{a\sqrt{2}}{4}}$ e $\boxed{c = \dfrac{3a\sqrt{2}}{4}}$

10ª QUESTÃO

Em um cone equilátero são inscritas duas esferas de raios $\dfrac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}R$ e R, conforme a figura abaixo. Um plano secante ao cone é traçado de forma que este seja tangente às duas esferas. Determine em termos de R o maior segmento possível que une dois pontos da curva formada pela interseção do referido plano com o cone.

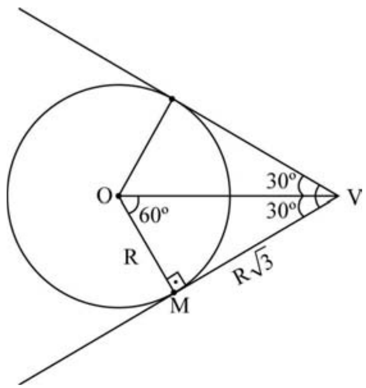


GEOMETRIA ANALÍTICA E ESPACIAL



1) PA = PX, pois A e X são pontos de tangência;
PB = PY, pois B e Y são pontos de tangência.
Logo, PA + PB = PX + PY = XY, que é a geratriz do tronco de cone cujas bases são os círculos de tangência com o cone. Isso mostra que a curva formada pela interseção do plano com o cone é uma elipse, cujo eixo maior tem a mesma medida de XY ou de MN.

2)



$$\sqrt{3} = \text{tg}\,60^\circ = \frac{MV}{R} \Rightarrow MV = R\sqrt{3}$$

Analogamente, $NV = R \cdot \dfrac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1} \cdot \sqrt{3} = R \cdot \dfrac{3-\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}$

Assim,

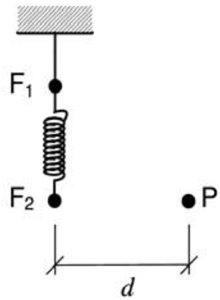
$$MN = R\sqrt{3} - R \cdot \frac{3-\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1} = \frac{R(3+\sqrt{3}-3+\sqrt{3})}{\sqrt{3}+1} = \frac{2R\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1} = R\sqrt{3}\left(\sqrt{3}-1\right) = R\left(3-\sqrt{3}\right).$$

3) Como o eixo maior dessa elipse é o maior segmento unindo 2 pontos da curva, segue que $R\left(3-\sqrt{3}\right)$ é a medida desejada.

ANOTAÇÕES

FÍSICA

1ª QUESTÃO



Como mostra a figura acima, a fonte sonora F_1 está presa ao teto por uma haste vertical. Outra fonte sonora F_2 está pendurada, em equilíbrio, por uma mola ideal na fonte F_1. As duas fontes emitem sons de mesma frequência f e em mesma fase. Se, em uma reta horizontal passando pela fonte F_2, a intensidade do som é máxima no ponto P (primeiro máximo de intensidade), situado a uma distância d de F_2, determine:

a) A frequência f das fontes, em função dos demais parâmetros;

b) A equação que expressa a posição vertical da fonte F_2 em função do tempo, a partir do instante em que a fonte F_2 foi liberada, caso a fonte F_2 seja deslocada para baixo por uma força externa até que a intensidade do som seja mínima no ponto P (primeiro mínimo de intensidade) e depois liberada.

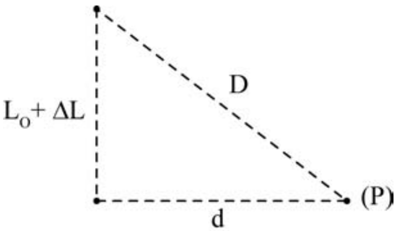
Dados:

- $d = 1$ m ;
- Peso da fonte: $F_2 = 10$ N ;
- Comprimento da mola relaxada: 90 cm ;
- Constante elástica da mola: 100 N/m;
- Velocidade do som: 340 m/s;
- Aceleração da gravidade: 10 m/s^2;
- $\sqrt{2} = 1{,}4$.
- $\sqrt{0{,}11} = 0{,}33$

Comenta

INTERFERÊNCIA, MHS

a)



No equilíbrio, temos:

$m \cdot g = K\Delta L \therefore 10 = 100 \cdot \Delta L$

$\Delta L = 0,1 \text{ m} = 10 \text{ cm}$

Para que o primeiro máximo ocorra em (P), façamos:

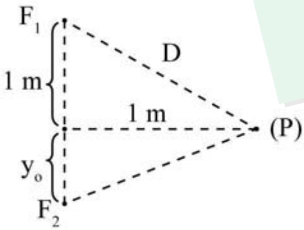
$D - d = m\lambda$ (com m = 1)

$$\sqrt{d^2 + (L_o + \Delta L)^2} - d = \lambda = \frac{v}{f}$$

$$\sqrt{1^2 + (0,9 + 0,1)^2} - 1 = \frac{340}{f}$$

$$\sqrt{2} - 1 = 0,4 = \frac{340}{f} \therefore \boxed{f = 850 \text{ Hz}}$$

b)



Condição para o primeiro mínimo:

$$\sqrt{1^2 + 1^2} - \sqrt{1^2 + y_0^2} = m \cdot \frac{\lambda}{2} (\text{com } m = 1).$$

$$\sqrt{2} - \sqrt{1^2 + y_0^2} = \frac{\lambda}{2} = \frac{340}{2 \cdot 850} = 0,2$$

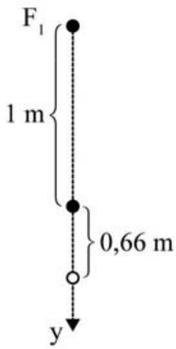
$$1,4 - 0,2 = \sqrt{1 + y_0^2} \therefore 0,44 = y_0^2 \therefore 4(0,11) = y_0$$

$$y_0 = 2\sqrt{0,11} = 0,66 \text{ m}.$$

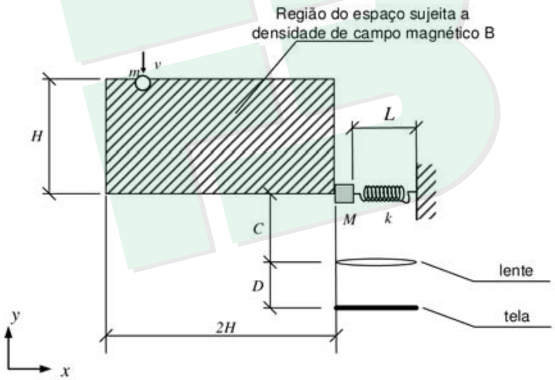
Vamos expressar a posição da fonte 2 em relação à fonte 1 (pois esta é fixa).

$y_2(t) = 1\,m + (0,66\ m)\cos(\omega \cdot t)$ onde ω é dado por: $\omega = \sqrt{\dfrac{k}{m}} = \sqrt{\dfrac{100}{1}} = 10$ rad/s

$$\boxed{y_2(t) = 1\,m + (0,66\ m)\cos(10 \cdot t)}$$



2ª QUESTÃO



Uma partícula de massa *m* e com carga elétrica *q* entra em um campo magnético *B*, movimentando-se no plano da figura de forma a atingir frontalmente (direção *x*) um corpo de massa *M* fixo a uma mola. O campo magnético é ortogonal ao plano da figura e é desligado em um determinado instante durante o movimento da partícula. A partícula colide com o corpo num choque perfeitamente inelástico, de forma a comprimir a mola que estava inicialmente relaxada. Uma lente, representada na figura, é utilizada para amplificar a imagem da mola, permitindo observar na tela a mola em sua compressão máxima decorrente do choque supracitado. Determine:

a) O intervalo de tempo durante o qual o campo magnético permaneceu ligado após a entrada da partícula no campo magnético;

b) A intensidade do campo magnético;

c) A velocidade v da partícula ao entrar no campo magnético, em função dos demais parâmetros;

d) A deformação máxima da mola; e

e) A distância C entre a mola e a lente, em função dos demais parâmetros.

Dados:

- tamanho da imagem na tela da mola em sua máxima compressão: i = 9 mm;
- distância entre a lente e a tela: D = 100 mm;
- distância focal: f = 10 mm;
- massa da partícula: m = 1 g;
- massa do corpo inicialmente fixo à mola: M = 9 g;
- H = 10 m;
- comprimento da mola relaxada: L = 11 mm;
- carga da partícula: q = + 5 C; e
- constante elástica da mola: k = 40 N/mm.

Consideração:

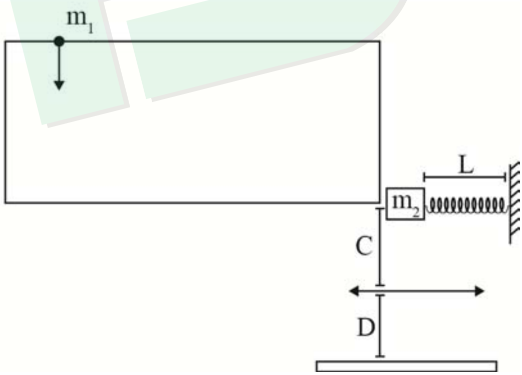
- O plano da figura é ortogonal ao vetor aceleração da gravidade.

Comenta

MAGNETISMO/ÓPTICA/COLISÕES

Figura:

Fazendo
$m = m_1$
e
$M = m_2$



I. Para a lente, temos:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{D} + \frac{1}{C} \rightarrow \frac{1}{C} = \frac{1}{f} - \frac{1}{D}$$

$$\frac{1}{C} = \frac{D-f}{Df} \rightarrow \boxed{C = \frac{Df}{D-f}} \qquad \boxed{1}$$

II. Para o aumento linear, temos:

$$\frac{|i|}{|o|} = \frac{|P'|}{|P|} \rightarrow \frac{i}{o} = \frac{C}{D} \rightarrow o = i \cdot \frac{D}{C} \rightarrow o = i \frac{D}{\frac{Df}{D-f}}$$

$$\rightarrow \boxed{o = i \frac{(D-f)}{f}} \quad \boxed{2}$$ onde "o" é o tamanho do objeto.

III. A variação de comprimento ΔL da mola é:

$$\Delta L = L - o \rightarrow \boxed{\Delta L = L - \frac{i(D-f)}{f}} \text{ ③} \rightarrow \Delta L = 10 \text{ mm}$$

IV. A velocidade do bloco m_2 imediatamente depois da colisão com m_1 (por energia) é:

$$\frac{(m_1 + m_2)V_2^2}{\cancel{2}} = \frac{K\Delta L^2}{\cancel{2}} \rightarrow V_2 = \sqrt{\frac{K\Delta L^2}{(m_1 + m_2)}}$$

$$\boxed{V_2 = \sqrt{\frac{K}{m_1 + m_2}}\,\Delta L} \text{ ④} \rightarrow V_2 = \sqrt{\frac{4 \cdot 10^4}{10 \cdot 10^{-3}}} \cdot 10^{-2} = 2 \cdot 10 = 20 \text{ m/s}$$

V. Na colisão entre m_1 e m_2 ($e = 0$):

$V_{af} = V_{AR}$

V_{AR} → Velocidade relativa de aproximação

V_{af} → Velocidade relativa de afastamento

Figura:

$$\boxed{V_2 - V_1 = 0} \text{ ⑤}$$

Para a conservação do momento linear:

$$\boxed{m_1 V = m_1 V_2 + m_2 V_2} \text{ ⑥}$$

De ⑤ e ⑥, temos:

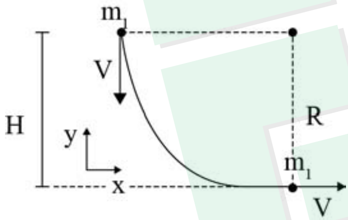
$$(m_1 + m_2)\,V_2 = m_1 V \rightarrow V = \frac{(m_1 + m_2)V_2}{m_1}$$

Da equação ④ podemos tirar

$$\boxed{V = \left(\frac{m_1 + m_2}{m_1}\right)\cdot\left(\sqrt{\frac{K}{m_1 + m_2}}\cdot \Delta L\right)} \quad ⑦$$

$$V = \frac{10\cdot \cancel{10^{-3}}}{2\cdot \cancel{10^{-3}}}\cdot 20 = 200 \text{ m/s}$$

A) Como o vetor velocidade e o campo magnético são perpendiculares, isso nos leva a considerar que o movimento da partícula m_1 é em uma trajetória circular. Para a velocidade ficar totalmente no eixo **x**, a variação de espaço deve ser um quarto de circunferência.



$$\rightarrow R = H \text{ e } \boxed{\Delta S = \frac{\pi}{2}H}$$

Logo, o tempo será:

$$\Delta t = \frac{\Delta s}{v} \therefore \Delta t = \frac{\pi H}{2v}$$

Pela equação ⑦, temos:

$$\Delta t = \frac{\pi H}{2\left(\frac{m_1 + m_2}{m_1}\right)\cdot\left(\sqrt{\frac{K}{m_1 + m_2}}\Delta L\right)} = \frac{\pi\cdot 10}{2\cdot 200} = \frac{\pi}{40}\text{s}$$

B) A força magnética será a resultante centrípeta.

$$F_{rc} = F_m \rightarrow \frac{m_1 V^2}{R} = q.v.B \rightarrow \boxed{B = \frac{m_1 v}{qH}}$$

$$B = \frac{1 \cdot 10^{-3} \cdot 200}{5 \cdot 10} = 4 \cdot 10^{-3}\ \text{T}$$

C) Pela equação ⑦ , temos:

$$v = \left(\frac{m_1 + m_2}{m_1}\right) \cdot \sqrt{\frac{K}{m_1 + m_2}}\ \Delta L$$ Equação ③ nos dá ΔL, logo:

$$v = \left(\frac{m_1 + m_2}{m_1}\right) \cdot \sqrt{\frac{K}{m_1 + m_2}} \cdot \left(L - \frac{i(D - f)}{f}\right)$$

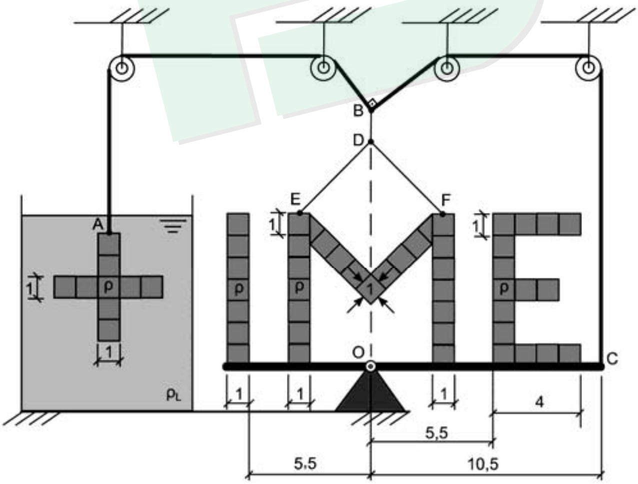
D) Pela equação ③, temos:

$$\Delta L = L - \frac{i(D - f)}{f} = 11\ \text{mm} - 1\ \text{mm} = 10\ \text{mm}$$

E) Pela equação ①, temos:

$$C = \frac{Df}{D - f} = \frac{10 \cdot 100}{100 - 10} = \frac{100}{9}\ \text{mm}$$

3ª QUESTÃO



O sistema apresentado na figura encontra-se em equilíbrio estático, sendo composto por quatro corpos homogêneos, com seção reta na forma "+ I M E". O corpo "+" está totalmente imerso em um líquido e sustentado pela extremidade A de um fio flexível ABC, de peso desprezível, que passa sem atrito por polias fixas ideais. Sabe-se que, no ponto B, o fio forma um ângulo de 90º e sustenta parcialmente o peso do corpo "M". Finalmente, na extremidade C, o fio é fixado a uma plataforma rígida de peso desprezível e ponto de apoio O, onde os corpos "I M E" estão apoiados. Diante do exposto, determine:

a) a intensidade da força de tração no fio BD;

b) a intensidade da força de cada base do corpo "M" sobre a plataforma.

Observação:

- dimensão das cotas dos corpos "+ I M E" na figura em unidade de comprimento (u.c.);
- considere fios e polias ideais; e
- existem dois meios cubos compondo a letra " M "

Dados:

- aceleração da gravidade: g ;
- massa específica dos corpos "+ I M E": ρ ;
- massa específica do líquido: $\rho_L = \rho/9$;
- espessura dos corpos "+ I M E": 1 u.c. ; e
- comprimento dos fios DE = DF.

Comenta

ESTÁTICA
DIAGRAMA DO CORPO LIVRE (DCL)

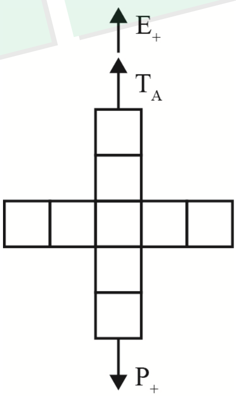


Figura 1

No corpo "+", cada unidade terá volume de: 1 UC^3

$\Sigma F_y = 0$
$E_+ + T_A = P_+$

$T_A = 9 \cdot \rho \cdot g \cdot UC^3 - \cancel{9} \cdot \frac{\rho}{\cancel{9}} \cdot g\ UC^3$

$T_A = 8\ \rho g \cdot UC^3$ (I)

FORÇAS ATUANDO NO PONTO B

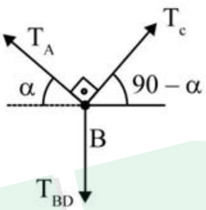


Figura 2

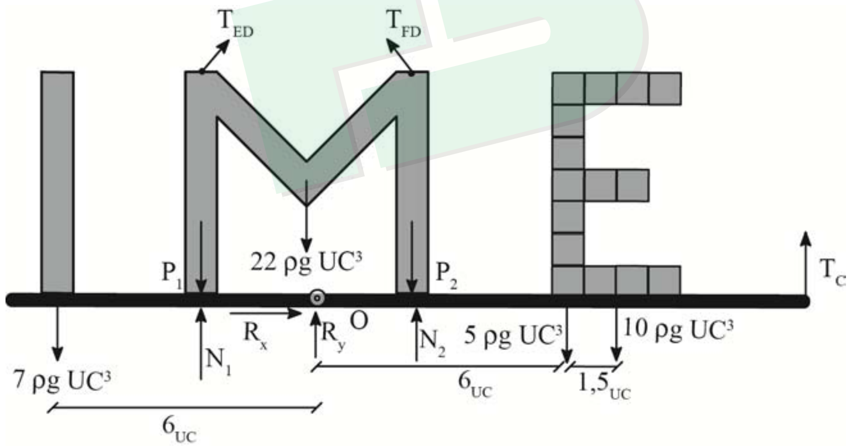


Figura 3

Pela simetria: $P_1 = P_2 = P$
$N_1 = N_2 = N$
$|T_{ED}| = |T_{FD}|$ onde P_1 e P_2 são as forças de contato do corpo "M" com a barra; N_1 e N_2 são suas respectivas reações normais.

Para simplificação, separou-se o corpo "E" da seguinte maneira:

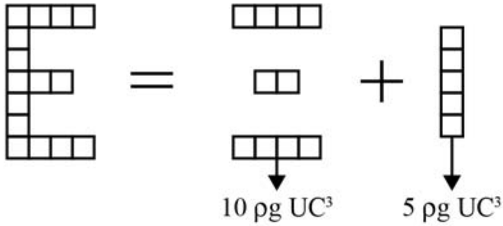


Figura 4

$\Sigma M_o = 0$

$-7\ \rho g\ UC^3 \cdot 6 + 5 \cdot \rho g\ UC^3 \cdot 6 + 10\ \rho g\ UC^3 \cdot 7{,}5 - T_C \cdot 10{,}5 = 0$

$T_C \cdot 10{,}5 = 63\ \rho g\ UC^3 = 0$

$T_C = 6\ \rho g\ UC^3\ (\text{II})$

Usando (I) e (II) na Figura 2, temos $\Sigma F_x = 0 \Rightarrow T_{AX} = T_{CX}$

$T_A \cdot \cos\alpha = T_C \cdot \operatorname{sen}\alpha \therefore \operatorname{tg}\alpha = \dfrac{T_A}{T_C}$

$\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{8\ \rho g\ UC^3}{6\ \rho g\ UC^3} = \dfrac{4}{3}$

$(\text{III}) \Rightarrow \operatorname{sen}\alpha = \dfrac{4}{5}$

$\cos\alpha = \dfrac{3}{5}$

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow$
$T_{BD} = T_{Ay} + T_{Cy}$

Substituindo I, II e III, temos:

$T_{BD} = 8\ \ \rho g\ UC^3 \cdot \dfrac{4}{5} + 6 \cdot \rho g\ UC^3 \cdot \dfrac{3}{5}$

$T_{BD} = 10\ \rho g\ UC^3$ (IV) a)

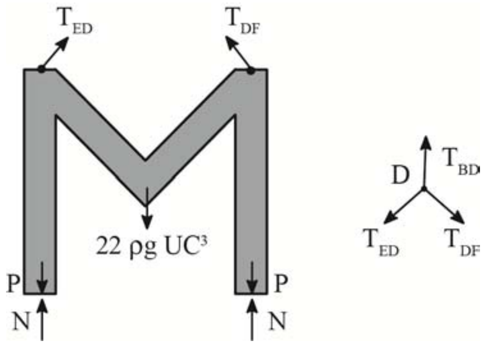


Figura 5

Sabe-se que $\overrightarrow{T_{BD}} = \overrightarrow{T_{ED}} + \overrightarrow{T_{DF}}$

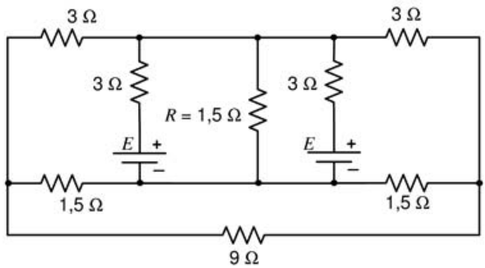
Logo, $\Sigma F_y = 0$

$T_{BD} + 2N - 22\ \rho g\ UC^3 = 0$ Substituindo (IV)

$10\ \rho g\ UC^3 + 2N - 22\ \rho g\ UC^3 = 0$

$\boxed{N = 6\ \rho g\ UC^3}$ V b)

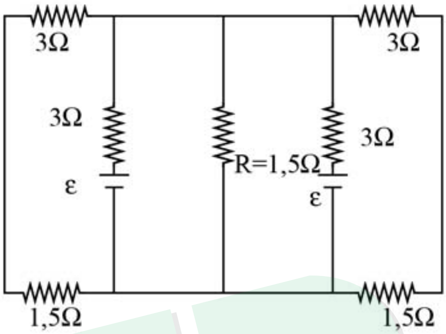
4ª QUESTÃO



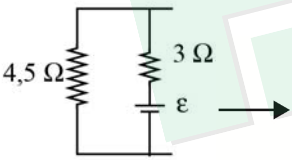
A figura acima apresenta um circuito elétrico composto por duas baterias iguais e oito resistores. Determine o valor das baterias para que a potência elétrica no resistor *R* seja igual a 6 W.

CIRCUITOS

Por simetria, reduzimos o circuito para a figura a seguir:



Observe que o resistor de 9 Ω está em curto. Podemos reduzir ainda mais utilizando o teorema de associações de baterias:



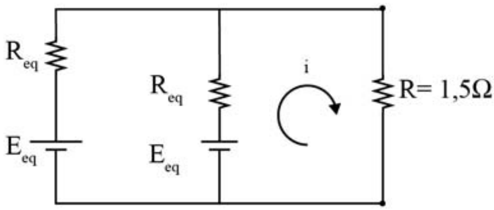
i) $R_{eq} = \frac{3 \cdot 4,5}{7,5}$

ii)

$$\frac{\varepsilon_{eq}}{R_{eq}} = \frac{\varepsilon}{3} + \frac{O}{4,5}$$

$$\boxed{\varepsilon_{eq} = \frac{4,5}{7,5} \cdot \varepsilon}$$

Logo:



$$i = \frac{\varepsilon_{eq}}{\frac{R_{eq}}{2} + R} \Rightarrow Pot = 6 = 1,5 \cdot i^2$$

$$i = 2\ A$$

Assim:

$$2\left(\frac{3 \cdot 4,5}{2 \cdot 7,5} + 1,5\right) = \frac{4,5}{7,5} \cdot \varepsilon$$

$$2\left(\frac{1,5 \cdot 4,5 + 1,5 \cdot 7,5}{4,5}\right) = \varepsilon \quad \therefore \varepsilon = 8\ V$$

5ª QUESTÃO

Um pesquisador recebeu a incumbência de projetar um sistema alternativo para o fornecimento de energia elétrica visando ao acionamento de compressores de geladeiras a serem empregadas no estoque de vacinas. De acordo com os dados de projeto, a temperatura ideal de funcionamento da geladeira deve ser 4 ºC durante 10 horas de operação contínua, sendo que a mesma possui as seguintes dimensões: 40 cm de altura, 30 cm de largura e 80 cm de profundidade. Após estudo, o pesquisador recomenda que, inicialmente, todas as faces da geladeira sejam recobertas por uma camada de 1,36 cm de espessura de um material isolante, de modo a se ter um melhor funcionamento do dispositivo. Considerando que este projeto visa a atender comunidades remotas localizadas em regiões com alto índice de radiação solar, o pesquisador sugere empregar um painel fotovoltaico que converta a energia solar em energia elétrica. Estudos de viabilidade técnica apontam que a eficiência térmica da geladeira deve ser, no mínimo, igual a 50% do máximo teoricamente admissível. Baseado em uma análise termodinâmica e levando em conta os dados abaixo, verifique se a solução proposta pelo pesquisador é adequada.

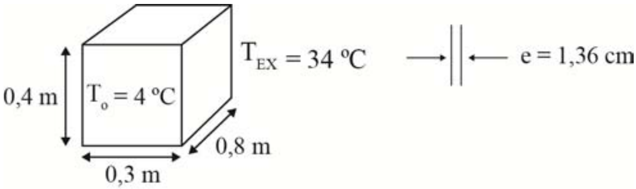
Dados:

- Condutividade térmica do material isolante: 0,05 W / m ºC;
- Temperatura ambiente da localidade: 34 ºC;
- Insolação solar média na localidade: 18 MJ/m^2, em 10 horas de operação contínua;
- Rendimento do painel fotovoltaico: 10%;
- Área do painel fotovoltaico: 2 m^2.

Comenta

TERMODINÂMICA – CONDUÇÃO TÉRMICA

Figura da situação:



Sabe-se que a potência térmica segue a seguinte equação:

$P_{TÉRMICA} = K \cdot \dfrac{\Delta T \cdot A}{e}$ $\therefore$ onde $e = 1{,}36 \cdot 10^{-2}$ m

A = Área total da geladeira

$\Delta T = T_{EX} - To$ (ºC)

Assim, temos:

$$P_{TÉRMICA} = \frac{0{,}05 \cdot 30\left(2 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}8 + 2 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}4 + 2 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}4\right)}{1{,}36 \cdot 10^{-2}}$$

$P_{TÉRMICA} = 150$ W

P_{ele} painel $= \dfrac{\eta_{painel} \cdot I_{solar} \cdot A_{painel}}{\Delta t}$ $\therefore$ Δt = tempo em segundos

$$P_{ele}\text{ painel} = \frac{0{,}1 \cdot 18 \cdot 10^6 \cdot 2}{10 \cdot 60 \cdot 60} = 100 \text{ W}$$

$e_{máx} = \dfrac{T_F}{T_Q - T_F}$ $\therefore$ $T_F = 4$ ºC = 277 K

$T_Q = 34$ ºC = 307 K

$$e_{máx} = \frac{277}{30} = 9{,}233$$

Segundo os dados do pesquisador $e_{\text{geladeira min}} = 50\%\ e_{\text{máx}}$

$e_{\text{geladeira min}} = 0{,}5 \cdot 9{,}233 = 4{,}616 \Rightarrow$ logo, $e_{\text{geladeira}} \in [4{,}6\ \ 9{,}2]$

$$e_{\text{geladeira}} \geq \frac{P_{\text{Térmica}}}{P_{\text{ele}}} \therefore P_{\text{ele}} \geq \frac{150}{4{,}6} \Rightarrow P_{\text{ele}} \geq 32{,}61$$

Como a P_{ele} disponível do painel é 100 W, o sistema é viável para 3 geladeiras, na pior das hipóteses, e 6 geladeiras para o rendimento máximo do ciclo de Carnot.

6ª QUESTÃO

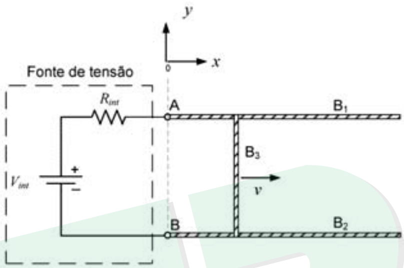


Figura 1

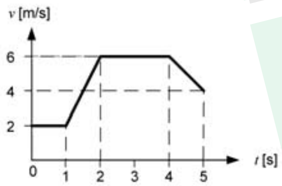


Figura 2

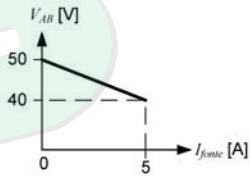


Figura 3

Uma fonte de tensão com uma resistência interna, R_{int}, tem as barras B_1 e B_2 condutoras conectadas aos seus terminais A e B, conforme apresentado na Figura 1. A barra B_3, de 30 m de comprimento, pode mover-se sem atrito sobre as barras B_1 e B_2 e inicialmente encontra-se em repouso na posição $x = 0$ m.

No instante $t = 0$, a barra B_3 começa a deslocar-se para a direita, com velocidade $v(t)$ dada pelo gráfico apresentado na Figura 2.

A fonte de tensão possui característica terminal dada pelo gráfico apresentado na Figura 3, onde I_{fonte} é a corrente fornecida pela fonte de tensão e V_{AB} é a tensão medida entre os seus terminais A e B.

Diante do exposto, determine:

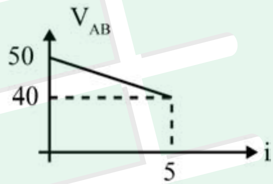
a) O valor da resistência R_{int} da fonte de tensão (que é desprezível quando comparado com a da barra B_3);
b) A distância percorrida pela barra B_3 no instante em que a tensão entre suas extremidades for igual a metade da tensão V_{int};
c) Em que instante de tempo a barra atingirá a distância percorrida no item (b);
d) A corrente I_{fonte} no instante calculado no item (c).

Dados:

- resistividades das barras B_1, B_2 e B_3: $\rho = 0{,}5\ \Omega m$;
- área da seção transversal das B_1, B_2 e B_3: $2{,}5\ mm^2$.

Comenta

ELETRODINÂMICA



Para a equação:

$V_{AB} = V_{int} - R_{int} \cdot i$

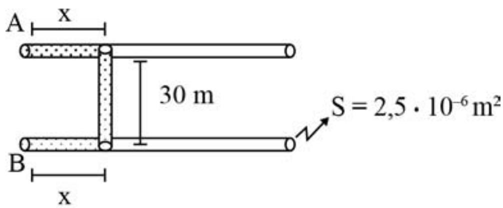
Utilizando os dados do gráfico:

$50 = V_{int} - R_{int} \cdot O \rightarrow V_{int} = 50\ V$

$40 = V_{int} - R_{int} \cdot 5 \rightarrow 40 = 50 - R_{int} \cdot 5$

$R_{int} = 2\Omega$

b)



$$R_{AB} = \rho\frac{(2x+30)}{S} = \frac{0,5\cdot(2x+30)}{2,5\cdot 10^{-6}} \Rightarrow R_{AB} = \frac{x+15}{2,5\cdot 10^{-6}}\Omega$$

$$\begin{cases} R_{B_3} = \rho\cdot\dfrac{L_{B_3}}{A} = \dfrac{0,5\cdot 30}{2,5\cdot 10^{-6}} = 6\cdot 10^{6}\,\Omega \\ V_{B_3} = \dfrac{V_{int}}{2} = \dfrac{50}{2} = 25\text{V} \end{cases}$$

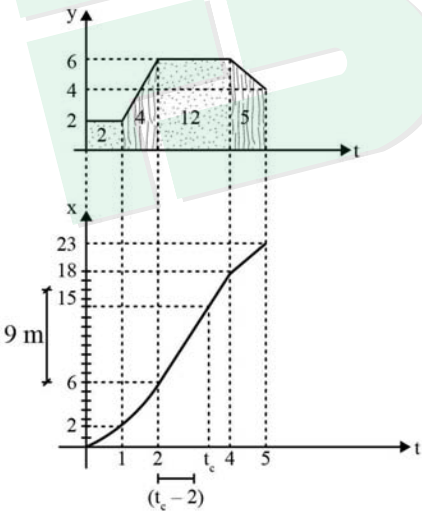
$$\rightarrow i = \frac{V_{B_3}}{R_{B_3}} = \frac{25}{6\cdot 10^{6}} = \frac{25}{6}\cdot 10^{-6}\text{ A}$$

$$\text{Mas}\begin{cases} V_{AB} = 50 - 2i \cong 50\text{V} \\ V_{AB} = R_{AB}\cdot i \end{cases}$$

$$\rightarrow 50 = \frac{x+15}{2,5\cdot\cancel{10^{-6}}}\cdot\frac{25}{6}\cdot\cancel{10^{-6}}$$

$$50 = (x+15)\cdot\frac{5}{3} \rightarrow x = 15\text{ m}$$

c)

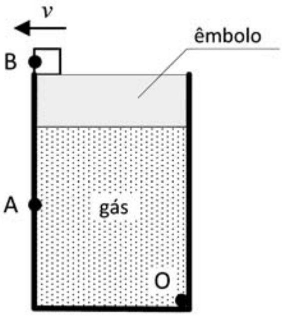


$$\frac{9\text{ m}}{t_c - 2} = 6\text{ m/s} \rightarrow t_c = 3,5\text{ s}$$

d) Conforme calculado no item B,

$$i = \frac{25}{6}\cdot 10^{-6}\text{ A} \simeq 4,17\ \mu\text{A}$$

7ª QUESTÃO



A figura acima mostra um recipiente com paredes transparentes de espessuras desprezíveis. Esse recipiente contém um gás ideal hipotético e é fechado por um êmbolo opaco. Inicialmente, um corpo encontra-se apoiado sobre o êmbolo, em sua extremidade, mantendo todo o sistema em equilíbrio. Uma microcâmera, posicionada no ponto O (interior do recipiente) e direcionada para o ponto A, consegue filmar o ponto B no corpo.

O corpo é, então, lançado com velocidade horizontal v e sem atrito. Após o lançamento do corpo, o gás se expande até que o êmbolo atinja o equilíbrio novamente em um intervalo de tempo desprezível. A temperatura permanece constante durante todo o fenômeno. Determine em quanto tempo, após o lançamento, o corpo voltará a ser filmado pela microcâmera.

Observação:

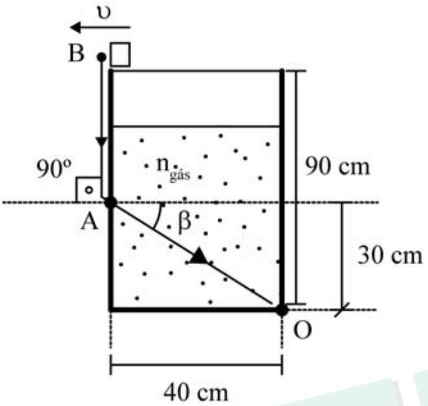
- o êmbolo tem altura suficiente para permanecer vedando o recipiente durante toda a expansão do gás;
- considere que o gás obedeça à lei de Gladstone-Dale, que diz que a relação entre seu índice de refração n e sua densidade ρ é constante e dada pela expressão: $\frac{n-1}{\rho} = cte$.

Dados:

- Altura inicial do ponto B: 90 cm;
- Altura do ponto A: 30 cm ;
- Base do recipiente: Quadrado de lado 40 cm ;
- Massa do corpo = Massa do êmbolo ;
- Velocidade v: 1,5 m/s ;
- Índice de refração do vácuo: 1,0 ; e
- Aceleração da gravidade: 10 m/s².

Comenta

ÓPTICA



Snell:

$$n_{vácuo} \cdot \text{sen } 90° = n_{gás} \cdot \text{sen } \beta$$

$$1 \cdot 1 = n_{gás} \cdot \frac{3}{5}$$

$$n_{gás} = 5/3$$

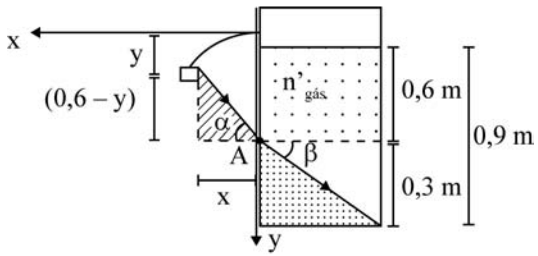
Com a saída do bloco, a pressão cai pela metade; e, segundo Clapeyron, $\rho = \dfrac{pM}{RT}$ a densidade também.

Usando a lei de Gladstone – Dale:

$$\frac{n_{gás} - 1}{\rho} = \frac{n'_{gás} - 1}{\rho'}$$

$$\frac{5/3 - 1}{\cancel{\rho}} = \frac{n'_{gás} - 1}{\cancel{\rho}/2}$$

$$n'_{gás} - 1 = \frac{5}{6} - \frac{1}{2} \rightarrow n'_{gás} = \frac{4}{3}$$



$$\text{Snell}: n_{\text{vácuo}} \cdot \text{sen}\alpha = n'_{\text{gás}} \cdot \text{sen}\beta$$

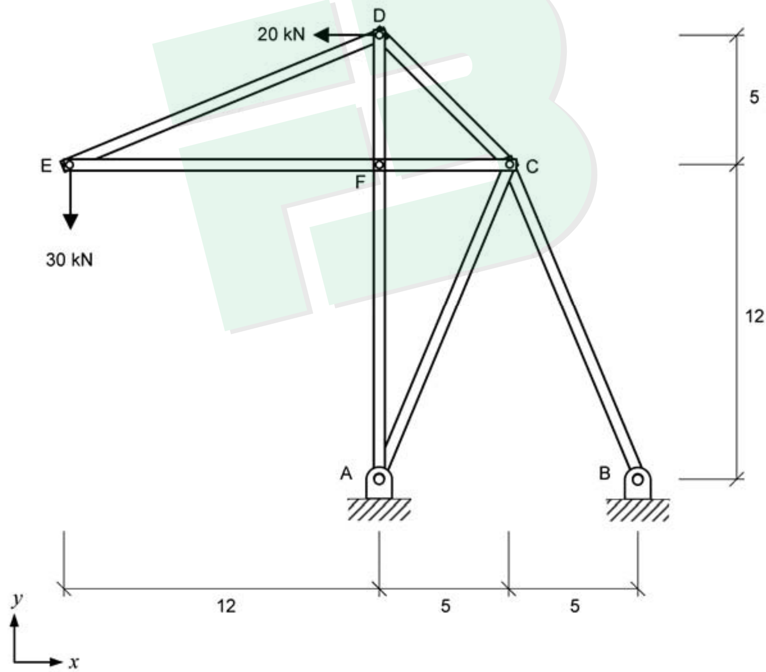
$$1 \cdot \text{sen}\alpha = \frac{4}{3} \cdot \frac{3}{5} = \frac{4}{5} \begin{cases} \cos\alpha = 3/5 \\ \text{tg}\,\alpha = 4/3 \end{cases}$$

No lançamento:

$$\begin{cases} y = \frac{1}{2} g t^2 \\ x = vt \end{cases} \rightarrow \text{tg}\,\alpha = \frac{0,6 - y}{x} = 4/3 \rightarrow \frac{0,6 - \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot t^2}{1,5t} \rightarrow \frac{4}{3} \rightarrow 0,6 - 5t^2 = \frac{6t}{3} \rightarrow$$

$$\rightarrow 5t^2 + 2t - 0,6 = 0 \rightarrow t = \frac{-2 + \sqrt{4 + 4 \cdot 5 \cdot 0,6}}{10} = 0,2 \text{ s}$$

8ª QUESTÃO



A figura acima apresenta uma estrutura em equilíbrio, formada por oito barras AC, BC, AF, CF, CD, DE, DF e EF conectadas por articulações e apoiadas nos pontos A e B. Os apoios A e B impedem as translações nas direções dos eixos x e y. Todas as barras são constituídas por material uniforme e homogêneo e possuem pesos desprezíveis. No ponto D, há uma carga concentrada, paralela à direção do eixo x, da direita para esquerda, de 20 kN, e, no ponto E existe uma carga concentrada, paralela à direção do eixo y, de cima para baixo, de 30 kN. Determine:

a) as componentes da reação do apoio A em kN;
b) as componentes da reação do apoio B em kN;
c) as barras que possuem forças de tração, indicando os módulos destas forças em kN;
d) as barras que possuem forças de compressão, indicando os módulos destas forças em kN.

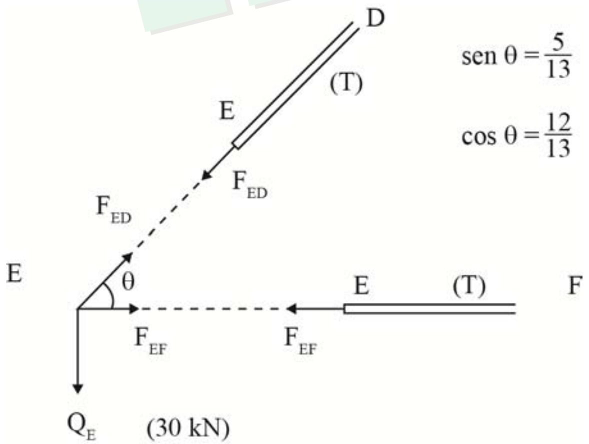
Comenta

TRELIÇAS

Essa treliça é composta por 8 barras, 6 nós e 4 forças nos apoios A e B, logo:

$$\left.\begin{matrix} b = 8 \\ n = 6 \\ v = 4 \end{matrix}\right\rangle \; 2n = b + v, \text{ (caso isostático)}$$

Começaremos a análise pelo nó E:



$$\text{sen}\,\theta = \frac{5}{13}$$

$$\cos\theta = \frac{12}{13}$$

Supondo as barras sob tração, teremos:

$$\vec{F}_{ED} + \vec{F}_{EF} + \vec{Q}_E = 0$$

(y) $F_{EDy} + Q_E = 0$

$$F_{ED} \cdot \frac{5}{13} + (-30) = 0$$

$$\boxed{F_{ED} = 78 \text{ kN (T)}}$$

(x) $F_{ED_x} + F_{EF} = 0$

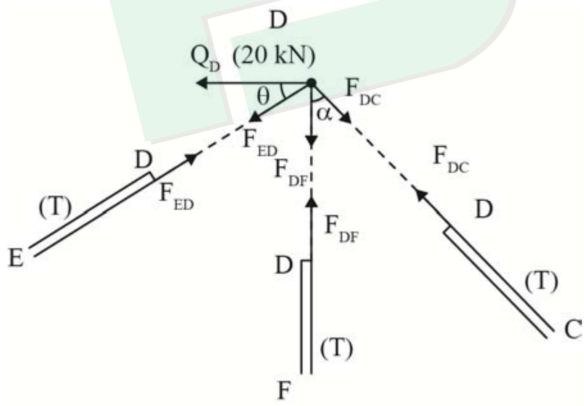
$$F_{ED} \cdot \frac{12}{13} + F_{EF} = 0$$

$$F_{EF} = -72 \text{ kN}$$

$$\boxed{F_{EF} = 72 \text{ kN } (C)}$$

Nó D: Supondo as barras DF e DC sob tração:

$\alpha = 45^o$



$$\overrightarrow{F_{ED}} + \overrightarrow{F_{DF}} + \overrightarrow{F_{CD}} + \overrightarrow{Q_D} = 0$$

(x) $Q_D + F_{ED_x} + F_{DC} = 0$

$$(-20) + \left(-78 \cdot \frac{12}{13}\right) + \left(F_{DC} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 0$$

$$\boxed{F_{DC} = 130{,}1\ \text{kN}} \quad (T)$$

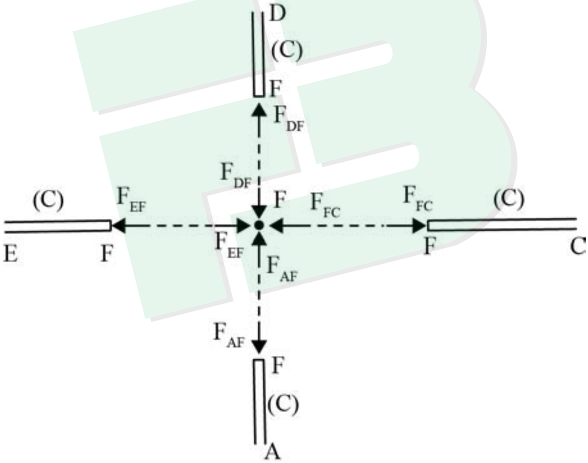
(y) $F_{ED_y} + F_{DF_y} + F_{DC_y} = 0$

$$\left(-78 \cdot \frac{5}{13}\right) + (-F_{DF}) + \left(-130{,}1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 0$$

$$\boxed{F_{DF} = -122\ \text{kN}}$$

$$F_{DF} = 122\ \text{kN} \quad (C)$$

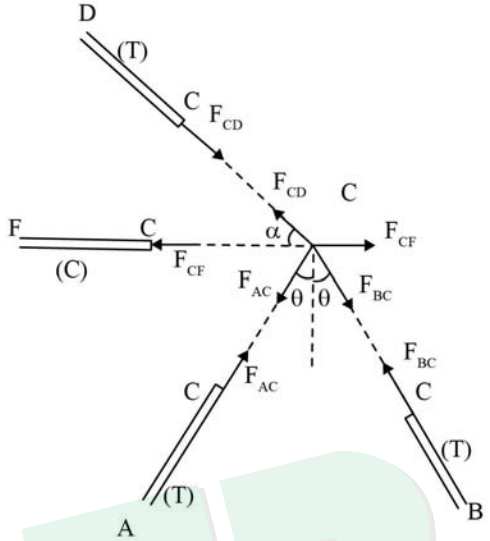
Nó F: Supondo as barras FC e AF sob compressão, temos:



(x) $F_{FC} = F_{EF} \therefore F_{FC} = 72$ KN (C)

(y) $F_{AF} = F_{DF} \therefore F_{AF} = 122$ KN (C)

Nó C: Supondo as barras AC e BC sob tração, temos:



$$\overrightarrow{F_{CD}} + \overrightarrow{F_{AC}} + \overrightarrow{F_{CF}} + \overrightarrow{F_{BC}} = 0$$

(y) $F_{CDy} + F_{ACy} + F_{BCy} = 0$

$$\underbrace{\left(+130{,}1\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\right)}_{92} + \left(-F_{AC}\cdot\frac{12}{13}\right) + \left(-F_{BC}\cdot\frac{12}{13}\right) = 0$$

$F_{AC} + F_{BC} = 99{,}7$

(x) $F_{CDX} + F_{ACX} + F_{CF} + F_{BCX} = 0$

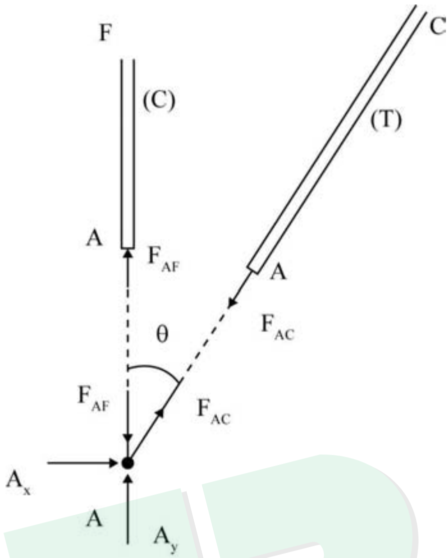
$$\left(-130{,}1\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + \left(-F_{AC}\cdot\frac{5}{13}\right) + (+72) + \left(F_{BC}\cdot\frac{5}{13}\right) = 0$$

$F_{BC} - F_{AC} = 52$

$$\begin{cases} F_{AC} + F_{BC} = 99{,}7 \\ F_{BC} - F_{AC} = 52 \end{cases}$$

$F_{BC} = 75{,}9$ kN (T)
$F_{AC} = 23{,}9$ kN (T)

Nó A:



(x) $A_x + F_{AC_x} = 0$

$$A_x + F_{AC} \cdot \frac{5}{13} = 0$$

$$A_x + 23{,}9 \cdot \frac{5}{13} = 0$$

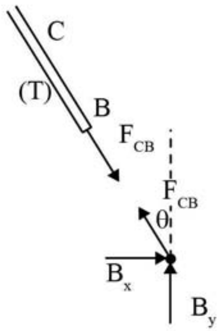
$$A_x = -9{,}2 \text{ KN} \quad (\leftarrow)$$

(y) $A_y + F_{AF} + F_{AC_y} = 0$

$$A_y + (-122) + 23{,}9 \cdot \frac{12}{13} = 0$$

$$A_y = 100{,}0 \text{ KN} \quad (\uparrow)$$

Nó B:



$$(x)\quad B_x + F_{CB_x} = 0 \;\rightarrow\; B_x + \left(-F_{CB}\cdot\frac{5}{13}\right) = 0$$

$$B_x = 75{,}9\cdot\frac{5}{13} = +29{,}2\ \text{kN}\ (\rightarrow)$$

$$(y)\quad B_y + F_{CB_y} = 0$$

$$B_y + \left(+F_{CB}\cdot\frac{12}{13}\right) = 0$$

$$B_y = -70{,}0\ \text{kN}\ (\downarrow)$$

Resposta

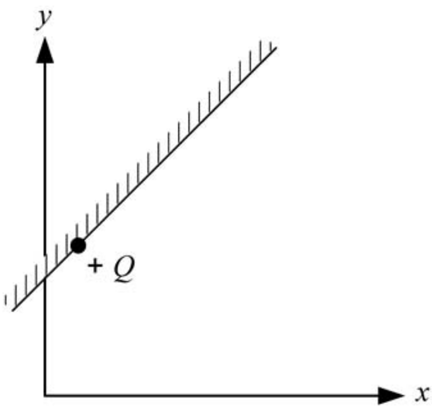
a) $A_x = 9{,}2$ kN ($\leftarrow$)
$A_y \cong 100{,}0$ kN ($\uparrow$)

b) $B_x = 29{,}2$ kN ($\rightarrow$)
$B_y = 70{,}0$ kN ($\downarrow$)

c) DE $\Rightarrow$ 78 kN
CD $\Rightarrow$ 130,1 kN
AC $\Rightarrow$ 23,9 kN
BC $\Rightarrow$ 75,9 kN

d) EF $\Rightarrow$ 72 kN
DF $\Rightarrow$ 122 kN
AF $\Rightarrow$ 122 kN
CF $\Rightarrow$ 72 kN

9ª QUESTÃO



Uma partícula de carga + Q está presa a um espelho plano que se movimenta ortogonalmente ao plano xy. Em um instante t, onde $0 < t < \frac{1}{2}\pi$, a interseção do espelho com o plano xy encontra-se na reta de equação $y = \text{sen}(t)\ x + \cos^2(t)$. Sabe-se que a coordenada y da partícula vale sempre 1 e que toda a região está sujeita a um campo magnético de coordenadas (0 , 0 , B). Determine:

a) as coordenadas do vetor da força magnética sofrida pela partícula;
b) o cosseno do ângulo entre o vetor da força magnética e o plano do espelho;
c) as coordenadas do vetor da força magnética refletido no espelho.

Comenta

ÓPTICA, MAGNETISMO

a) Para a partícula, temos que:

$y = \text{sen}\ t \cdot x + \cos^2 t$

$1 = \text{sen}\ t \cdot x + \cos^2 t$

$\text{sen}^{\cancel{2}}\ t = \cancel{\text{sen}}\ t \cdot x$

$\boxed{x = \text{sen}\ t} \to v_x = \cos\ t$

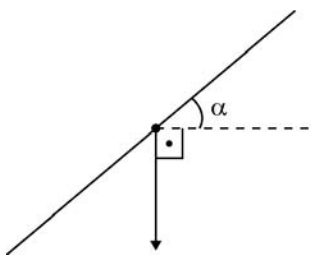
A força magnética é dada por:

$\vec{F} = +Q(\vec{v} \times \vec{B})$

$$\vec{F} = Q \cdot \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \cos t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & B \end{vmatrix} = -QB \cdot \cos\ t\ \hat{j}$$

b) Para um intervalo de tempo entre $0 < t < \frac{\pi}{2}$ s, a força sempre aponta para baixo.

Além disso, a inclinação do espelho é dada por $\frac{dy}{dx} = \text{sen}\,t$. Logo:



$$\cos(90 + \alpha) = \cos \overset{0}{\cancel{90}} \cos \alpha - \text{sen}\, 90\, \text{sen}\, \alpha = -\text{sen}\ \alpha$$

$$\boxed{\cos(90 + \alpha) = -\frac{\text{sen}\ t}{\sqrt{1 + \text{sen}^2 t}}}$$

$\text{tg } \alpha = \text{sen } t$

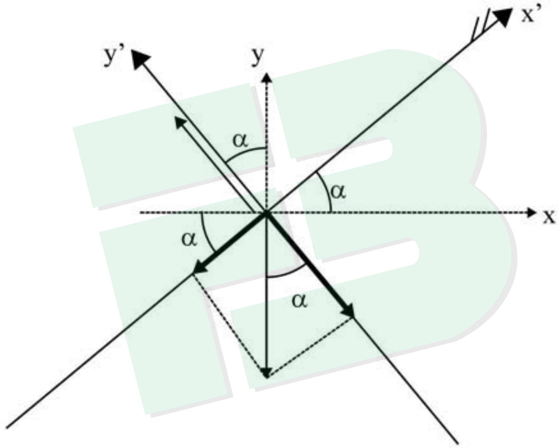
$$\frac{\text{sen } \alpha}{\sqrt{1-\text{sen}^2 \alpha}} = \text{sen } t \therefore \text{sen}^2\alpha = \text{sen}^2 t (1-\text{sen}^2\alpha)$$

$$(1+\text{sen}^2 t)\ \text{sen}^2\alpha = \text{sen}^2 t$$

$$\boxed{\text{sen } \alpha = \frac{\text{sen } t}{\sqrt{1+\text{sen}^2 t}}}$$

$$\boxed{\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{1+\text{sen}^2 t}}}$$

c)



As componentes da força em relação aos eixos x' e y' são:
$F_{x'} = -F \text{ sen } \alpha$
$F_{y'} = +F \cos \alpha$

Para retornar ao sistema de coordenadas originais:
$F_y = F_{y'} \cdot \cos \alpha - F_{x'} \cdot \text{sen } \alpha = F \cos^2\alpha - F \text{ sen}^2\alpha = F(\cos^2\alpha - \text{sen}^2\alpha)$

$F_x = -F_{x'} \cdot \cos \alpha - F_{y'} \text{ sen}\alpha = -2 F \text{ sen } \alpha \cos \alpha$

Componente **y**:

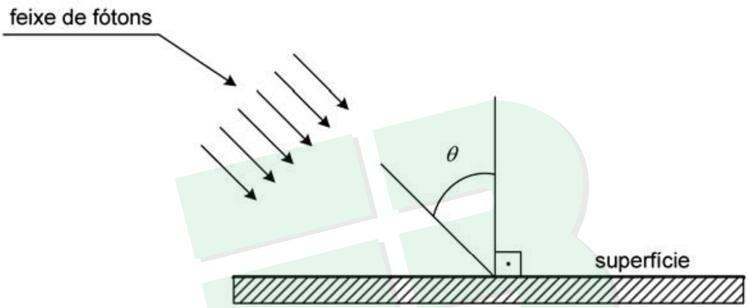
$$F_y = QB\cos t \cdot \left(\frac{1}{1+\text{sen}^2 t} - \frac{\text{sen}^2 t}{1+\text{sen}^2 t} \right)$$

$$\boxed{F_y = QB\cos t \cdot \frac{\left(1-\text{sen}^2 t\right)}{\left(1+\text{sen}^2 t\right)}}$$

Componente **x**:

$$\boxed{F_x = -QB\cos t \cdot \frac{\text{sen}(2t)}{\left(1+\text{sen}^2 t\right)}}$$

10ª QUESTÃO



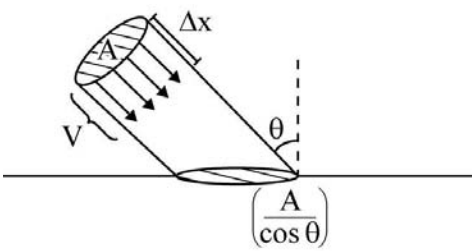
Um feixe de fotóns de frequência f incide obliquamente, fazendo um ângulo θ com a vertical, sobre uma superfície plana especular parcialmente absorvedora. A fração do número de fótons refletidos em relação ao número de fótons incidentes é igual a k $(0 < k < 1)$, o número de fótons por volume no feixe incidente é igual a n. Calcule a pressão exercida pelos fótons sobre a superfície.

Dados:

- constante de Planck: h; e
- velocidade da Luz: c.

Comenta

COLISÕES



$$F = \frac{n_A \cdot p \cdot \cos\theta}{\Delta t} + \frac{n_R \cdot 2p \cdot \cos\theta}{\Delta t}$$

$$F = (1-k)\frac{n' \cdot p \cdot \cos\theta}{\Delta t} + \frac{k \cdot n' 2p \cos\theta}{\Delta t}$$

$$F = \frac{p \cdot \cos\theta \cdot n'}{\Delta t} \cdot [1 - k + 2k]$$

$$F = \frac{p \cdot \cos\theta}{\Delta t} n'(1+k) \; ; \; n' = n \cdot v$$

$$F = \frac{p \cdot \cos\theta}{\Delta t} \cdot n \cdot v \cdot (1+k)$$

$$F \big/ A/\cos\theta = p \cdot \cos\theta \cdot \frac{n}{\Delta t} \cdot \frac{v}{A/\cos\theta}(1+k)$$

$$\frac{F}{A/\cos\theta} = p \cdot \cos\theta \cdot \overbrace{\frac{n}{\Delta t} \cdot \Delta x}^{c} \frac{\cancel{A}}{\cancel{A}/\cos\theta}(1+k)$$

$$P \quad \frac{F}{A/\cos\theta} = p \cdot \cos^2\theta \cdot n \cdot c \cdot (1+k)$$

$$P = \frac{h \cdot f}{\cancel{c}} \cos^2\theta \cdot n \cdot \cancel{c} \cdot (1+k)$$

$$\boxed{P = h \cdot f \cdot \cos^2\theta \cdot n \cdot (1+k)}$$

QUÍMICA

1ª QUESTÃO

O oxigênio e o hidrogênio combinam-se, em células de combustível, produzindo água líquida e gerando corrente elétrica. O máximo trabalho elétrico útil que essas células produzem é dado por $\Delta G^0 = -237 \times 10^3 \ J.mol^{-1}$. Com base nos dados fornecidos, calcule o ponto de ebulição da água. Aproxime ΔH por ΔH^0 e ΔS por ΔS^0.

Dados termodinâmicos:

$O_2(g)$	$H_2(g)$	$H_2O(l)$	$H_2O(g)$
$S^0 = 206 \ J.mol^{-1}.K^{-1}$	$S^0 = 131 \ J.mol^{-1}.K^{-1}$	$S^0 = 70,0 \ J.mol^{-1}.K^{-1}$	$S^0 = 189 \ J.mol^{-1}.K^{-1}$
			$\Delta H^0_f = -242 \times 10^3 \ J.mol^{-1}$

Comenta

TERMODINÂMICA QUÍMICA

A reação esperada para a célula a combustível de hidrogênio é:

$H_{2(g)} + ½ \ O_{2(g)} \rightarrow H_2O_{(l)}$

Para essa reação, sabe-se que $\Delta G^0 = -237 \ kJ \cdot mol^{-1}$. O valor de ΔS^0 pode ser calculado por:

$$\Delta S^0 = \sum S^0_{prod} - \sum S^0_{reag} = 70,0 - 131 - \frac{1}{2} \cdot 206 = -164 \ J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}.$$

Assim, o valor de ΔH^0 para essa reação, que corresponde ao calor de formação da água líquida, é:

$\Delta H^0 = \Delta G^0 + T \cdot \Delta S^0 \Rightarrow \Delta H^0 = -237 + 298 \cdot (-0,164) \cong -286 \ kJ \cdot mol^{-1}$.

Portanto, para a transformação de água líquida em gasosa, tem-se:

$H_2O_{(l)} \rightarrow H_2O_{(g)}$

$$\Delta H_{VAP} = \Delta H^f_{H_2O(g)} - \Delta H^f_{H_2O(l)} = -242 - (-286) = +44,0 \ kJ \cdot mol^{-1}.$$

$$\Delta S_{VAP} = S^0_{H_2O(g)} - S^0_{H_2O(l)} = 189 - 70 = +119 \ J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}.$$

Logo, a temperatura de ebulição, admitindo que os valores de ΔH e ΔS sejam constantes nesse intervalo de temperatura, é dada por:

$$T_{EBUL} = \frac{\Delta H}{\Delta S} = \frac{44 \cdot 10^3}{119} = 370 \ K.$$

2ª QUESTÃO

Uma amostra de magnésio metálico reage completa e estequiometricamente com uma mistura de oxigênio e nitrogênio em proporção molar 1:3, respectivamente, produzindo óxido de magnésio (sólido) e nitreto de magnésio (sólido). Em seguida, adiciona-se água em excesso aos produtos. Determine as massas de nitreto de magnésio e de magnésio, necessárias para liberar 11,2 L de amônia nas CNTP, conforme o procedimento descrito.

Comenta

ESTEQUIOMETRIA E REAÇÕES INORGÂNICAS

As reações envolvidas na oxidação do magnésio pela mistura de oxigênio e nitrogênio são descritas pelas equações químicas:

$$(1)\ 2Mg_{(s)} + O_{2(g)} \rightarrow 2MgO_{(s)}$$

$$(2)\ 3Mg_{(s)} + N_{2(g)} \rightarrow Mg_3N_{2(s)}$$

As reações desses produtos com água são equacionadas como segue:

$$(3)\ MgO_{(s)} + H_2O_{(l)} \rightarrow Mg(OH)_{2(s)}$$

$$(4)\ Mg_3N_{2(s)} + 6H_2O_{(l)} \rightarrow 3Mg(OH)_{2(s)} + 2NH_{3(g)}$$

De acordo com a equação (4), 2mol de amônia são produzidos a partir de 1mol de Mg_3N_2. Assim, para a produção de 11,2L de amônia em CNTP, ou seja, 0,5mol do gás, é necessário 0,25mol do nitreto de magnésio, cuja massa molar é 100g/mol. A massa de Mg_3N_2 é, então:

$$m(Mg_3N_2) = \frac{100g}{1mol} \cdot 0,25mol \quad \Rightarrow \quad \boxed{m(Mg_3N_2) = 25g}$$

De acordo com a equação (2), a quantidade de matéria de nitrogênio necessária para produzir 0,25mol de Mg_3N_2 é 0,25mol (proporção molar de 1:1).
Sendo x a quantidade de matéria de O_2 e $3x$ a quantidade de matéria do N_2 na mistura gasosa (proporção molar de 1:3), deduz-se das equações (1) e (2) que a quantidade de matéria total de magnésio é dada por:

$$n(Mg) = 2 \cdot n(O_2) + 3 \cdot n(N_2) = 2x + 9x = 11x$$

Assim, temos:

$$\frac{n(Mg)}{n(N_2)} = \frac{n(Mg)}{0,25mol} = \frac{11x}{3x} \quad \Rightarrow \quad n(Mg) = \frac{11}{12} mol$$

A massa total de magnésio é, então:

$$m(Mg) = \frac{24g}{1mol} \cdot \frac{11}{12} mol \quad \Rightarrow \quad \boxed{m(Mg) = 22g}$$

3ª QUESTÃO

Com base nos potenciais-padrão de redução (E^o_{red}) disponíveis abaixo, determine a constante de equilíbrio para a oxidação do íon Fe^{2+} por oxigênio, a 25 °C, em meio ácido, de acordo com a reação:

$$O_2(g) + 4H^+(aq) + 4Fe^{2+}(aq) \rightarrow 4Fe^{3+}(aq) + 2H_2O(l)$$

Dados:

$O_2(g) + 4H^+(aq) + 4e^- \rightarrow 2H_2O(l)$ $\quad E^o_{red} = +1,23\ V$

$Fe^{2+}(aq) + 2e^- \rightarrow Fe(s)$ $\quad E^o_{red} = -0,450\ V$

$Fe^{3+}(aq) + 3e^- \rightarrow Fe(s)$ $\quad E^o_{red} = -0,0430\ V$

Comenta

ELETROQUÍMICA

Inicialmente fazendo a associação de potenciais, pode-se obter o potencial padrão de redução do par Fe^{3+}/Fe^{2+}:

$$G^0_{Fe^{3+}/Fe^{2+}} = G^0_{Fe^{3+}/Fe^0} - G^0_{Fe^{2+}/Fe^0} \Rightarrow$$

$$\left(-n.F.E^0_{Fe^{3+}/Fe^{2+}}\right) = \left(-n.F.E^0_{Fe^{3+}/Fe^0}\right) - \left(-n.F.E^0_{Fe^{2+}/Fe^0}\right) \Rightarrow$$

$$E^0_{Fe^{3+}/Fe^{2+}} = 3 \cdot E^0_{Fe^{3+}/Fe^0} - 2 \cdot E^0_{Fe^{2+}/Fe^0} \Rightarrow$$

$$E^0_{Fe^{3+}/Fe^{2+}} = 3 \cdot (-0,043) - 2.(-0,45) = +0,771\ V.$$

Equacionando a reação e calculando a ddp, tem-se:

Semirreação de redução (1): $O_{2(g)} + 4\ H^+_{(aq)} + 4e^- \rightarrow 2\ H_2O_{(\ell)}$

Semirreação de oxidação (2): $4\ Fe^{2+}_{(aq)} \rightarrow 4\ Fe^{3+}_{(aq)} + 4e^-$

$$O_{2(g)} + 4\ H^+_{(aq)} + 4\ Fe^{3+}_{(aq)} \rightarrow 4\ Fe^{3+}_{(aq)} + 2\ H_2O_{(\ell)}$$

A ddp padrão é dada por: ddp = $E_1^{red} - E_2^{red} = 1,23 - (+0,771) = +0,459\ V.$

Para o processo em equilíbrio, sabe-se que:

$$\Delta G^0 = -R.T.\ln k \Rightarrow \left(-n.F.E^0\right) = -R.T.\ln k \Rightarrow$$

$$\ln k = \frac{n.F.E^0}{R \cdot T} = \frac{4.96500 \cdot 0,459}{8,314 \cdot 298} = 71,5.$$

Usando a mudança de base $\log x = 2,3\ \ell nx$, temos:

$$2,3 \cdot \log k = 71,5 \Rightarrow \log k = 31 \Rightarrow k = 1,0 \cdot 10^{31}.$$

4ª QUESTÃO

As chamadas reações de substituição nucleofílica estão entre as mais importantes da Química Orgânica. Elas podem ser unimoleculares (reações SN_1) ou bimoleculares (reações SN_2). Os esquemas abaixo, nos quais **Nu** representa o nucleófilo e **X** o grupo de saída, ilustram de forma simplificada os mecanismos destas reações.

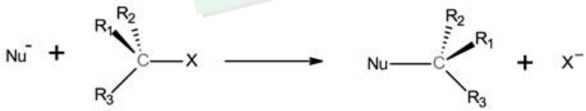
Reações SN_1

1) $R{-}X \longrightarrow R^+ + X^-$ Etapa lenta

2) $R^+ + Nu{-}H \longrightarrow R{-}\overset{+}{Nu}{-}H$

3) $R{-}\overset{+}{Nu}{-}H + H_2O \longrightarrow R{-}Nu + H_3O^+$

Reações SN_2



Considere a reação de substituição nucleofílica entre o (S)-3-bromo-3-metil-hexano e a água (em acetona).

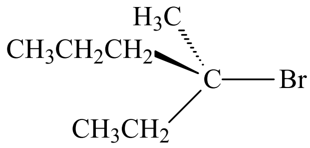
a) Esta reação se processa por um mecanismo SN_1 ou SN_2? Justifique sua resposta.

b) Identifique, pela nomenclatura IUPAC, o(s) principal(is) produto(s) orgânico(s) desta reação.

Comenta

REAÇÕES ORGÂNICAS

A fórmula estrutural do (S)-3-bromo-3-metil-hexano pode ser representada como segue:



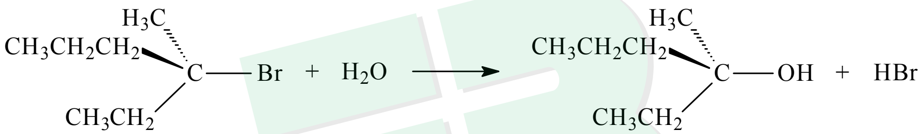
Trata-se, portanto, de um haleto de alquila terciário.

A) A reação ocorre por um mecanismo SN_1 (substituição nucleofílica unimolecular) pelos seguintes motivos:

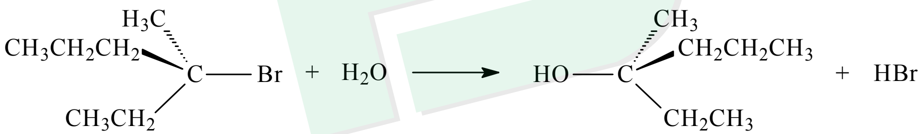
• O carbono terciário do haleto sofre impedimento espacial, de modo que o ataque nucleofílico por ação da molécula de H_2O só ocorre após a saída do íon brometo (Br^-), quando o carbono adquire geometria trigonal planar.

• A reação forma um carbocátion intermediário que possui uma estabilização, devido aos efeitos indutivos doadores exercidos pelos grupos alquilas ligados ao carbono que comporta a carga positiva.

B) Uma vez que o ataque nucleofílico por ação da molécula de água ocorre no carbocátion, dois produtos orgânicos são obtidos. Tais produtos são os enantiômeros:



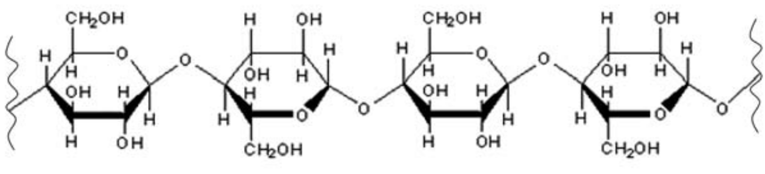
(S)-3-metil-hexan-3-ol



(R)-3-metil-hexan-3-ol

5ª QUESTÃO

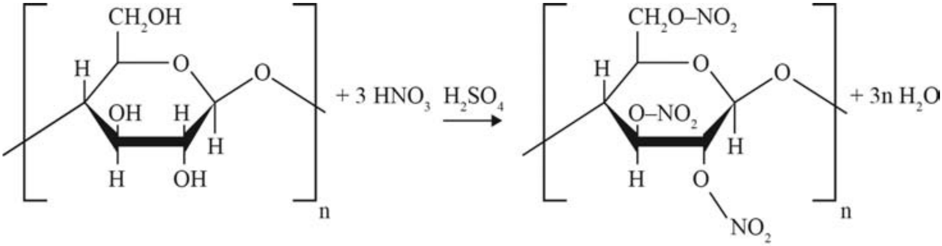
A celulose é um polímero natural constituído por milhares de meros originados da glicose ligados entre si. Um segmento desse polímero é representado por:



Produz-se o trinitrato de celulose fazendo-se reagir celulose com ácido nítrico, na presença de ácido sulfúrico. Assim sendo, calcule o número de unidades monoméricas necessárias para gerar a cadeia polimérica de uma amostra padrão de trinitrato de celulose, cuja massa molar é $3{,}861 \times 10^5$ g/mol.

Comenta

BIOQUÍMICA/POLÍMEROS



Celulose
[M = 162 g/mol]$_n$
↳ unidade polimérica (celulose)

Trinitrato de celulose
[M = 297 g/mol]$_n$
↳ unidade do polímero (T.N.C)

Logo, a quantidade de unidades monoméricas necessária pode ser calculada por:

$$n = \frac{1 \text{ mol T.N.C (unidade)}}{297 \text{ g de T.N.C}} \cdot \frac{3{,}861 \cdot 10^5 \text{ g do T.N.C}}{1 \text{ mol de T.N.C}} = 1300 \text{ unidades.}$$

6ª QUESTÃO

Uma solução aquosa ***A***, preparada a partir de ácido bromídrico, é diluída com água destilada até que sua concentração seja reduzida à metade. Em titulação, 50 mL da solução diluída consomem 40 mL de uma solução hidróxido de potássio 0,25 mol/L. Determine a concentração da solução ***A***, em g/L.

Comenta

TITULAÇÃO DE SOLUÇÕES

A reação é: $HBr_{(aq)} + KOH_{(aq)} \rightarrow KBr_{(aq)} + H_2O_{(\ell)}$

A quantidade de matéria de KOH é dada por:

$$n_{KOH} = 0{,}04 \text{ L} \cdot \frac{0{,}25 \text{ mol}}{1 \text{ L}} = 0{,}01 \text{ mol.}$$

Como a proporção estequiométrica é 1:1, há o consumo de 0,01 mol de HBr. Para um volume de 50 mL, a concentração de HBr será de 0,2 mol·L^{-1}.

Uma vez que a solução original foi diluída até que a concentração fosse reduzida à metade, a concentração original é 0,4 mol·L^{-1}.

Expressando em $g{\cdot}L^{-1}$, tem-se:

$$C = \left(\frac{0,4\ \text{mol}}{1\ \text{L}}\right)\cdot\left(\frac{81\ \text{g}}{1\ \text{mol}}\right) = 32,4\ \text{g}\cdot\text{L}^{-1}.$$

7ª QUESTÃO

Dê as fórmulas estruturais planas dos compostos orgânicos eletronicamente neutros, oriundos do etanal, em cada uma das reações abaixo:

a) oxidação com ácido crômico;

b) adição de cianeto de hidrogênio;

c) adição de bissulfito de sódio;

d) redução com boroidreto de sódio;

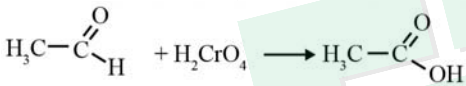
e) reação de Tollens (solução de nitrato de prata amoniacal).

Comenta

REAÇÕES ORGÂNICAS (QUÍMICA)

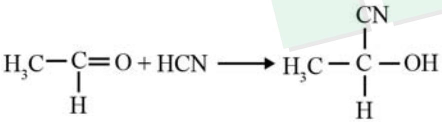
As reações com etanal, são:

a)



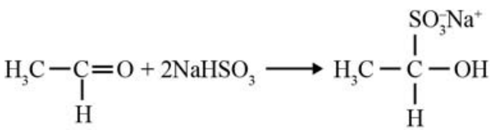
Ácido etanoico ou ácido acético

b)



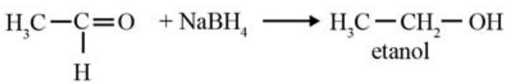
2-hidroxipropanonitrila

c)

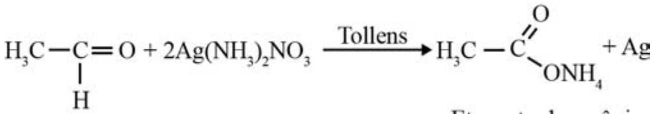


1-hidroxi-etano-sulfonato de sódio

d)



e)



Etanoato de amônio
ou
Acetato de amônio

8ª QUESTÃO

Determine, utilizando as informações abaixo, as possíveis funções químicas de uma substância orgânica composta por carbono, hidrogênio e oxigênio, sabendo que:

1) a massa molar da substância é representada pela expressão 14n + 18;
2) as frações mássicas de carbono, hidrogênio e oxigênio são representadas respectivamente pelas expressões: 6n/(7n+9), (n+1)/(7n+9) e 8/(7n+9);
3) n é o número de átomos de carbono da sua fórmula mínima;
4) na substância, o número de mols de oxigênio é 1/4 (um quarto) do número de mols de carbono.

Comenta

FUNÇÕES ORGÂNICAS E CÁLCULO DE FÓRMULAS

Utilizando a massa molar e as frações mássicas, podemos obter as massas e os números de mols dos elementos em 1mol da substância:

$$m(C) = \frac{6n}{7n+9} \cdot (14n+18)g = 12n\ g \xrightarrow{\div(12g \cdot mol^{-1})} n(C) = n\ mol$$

$$m(H) = \frac{n+1}{7n+9} \cdot (14n+18)g = 2(n+1)\ g \xrightarrow{\div(1g \cdot mol^{-1})} n(H) = 2(n+1)\ mol$$

$$m(O) = \frac{8}{7n+9} \cdot (14n+18)g = 16g \xrightarrow{\div(16g \cdot mol^{-1})} n(O) = 1mol$$

Pelo valor obtido para o número de mols de carbono, conclui-se que a fórmula molecular é igual à fórmula mínima.
Pelo número de mols de oxigênio podemos encontrar o valor de **n**, bem como os números de mols dos demais elementos:

$$n(C) = 4 \cdot n(O) = 4\ mol \quad \Rightarrow \quad n = 4$$

$$n(H) = 2(4+1)\ mol = 10\ mol$$

Assim, a fórmula molecular da substância é $C_4H_{10}O$, de modo que sua cadeia carbônica é saturada e acíclica, podendo ser um **álcool** ou um **éter**.

9ª QUESTÃO

Um primeiro estudo da cinética da reação $SO_2(g) + O_3(g) \rightarrow SO_3(g) + O_2(g)$ foi feito a 250 K, fornecendo os dados da tabela abaixo:

$[SO_2]$, mol/L	$[O_3]$, mol/L	Taxa, mol/(L.s)
0,25	0,40	0,118
0,25	0,20	0,118
0,75	0,20	1,062

Um segundo estudo foi então realizado a 400 K, fornecendo:

$[SO_2]$, mol/L	$[O_3]$, mol/L	Taxa, mol/(L.s)
0,50	0,30	1,425

Com base nesses dados, estime a energia de ativação da referida reação.

Comenta

CINÉTICA QUÍMICA

Usando os dados da tabela a 250 K, pode-se obter a lei de velocidade para a reação:

1) Percebe-se, pelos experimentos 1 e 2 que, ao se duplicar a $[O_3]$ a velocidade da reação não se altera. Assim, a ordem da reação em relação ao O_3 é igual a zero.
2) Percebe-se, pelos experimentos 2 e 3 que, ao se triplicar a $[SO_2]$ a velocidade da reação aumenta 9 vezes. Assim, a ordem da reação em relação ao SO_2 é igual a 2.

Portanto, a lei de velocidade é $v = k\cdot[SO_2]^2$.
Substituindo os dados do experimento 1, obtém-se a constante de velocidade a 250 K:
$0{,}118\ mol\cdot L^{-1}\cdot s^{-1} = k\cdot(0{,}25)^2\cdot mol^2\cdot L^{-2} \Rightarrow k_1 = 1{,}888\ L\cdot mol^{-1}\cdot s^{-1}$.
Admitindo a mesma lei de velocidade a 400 K, e adotando raciocínio semelhante, pode-se obter a constante de velocidade a 400 K:
$1{,}425\ mol\cdot L^{-1}\cdot s^{-1} = k\cdot(0{,}5)^2\cdot mol^2\cdot L^{-2} \Rightarrow k_2 = 5{,}7\ L\cdot mol^{-1}\cdot s^{-1}$.
Usando a equação de Arrhenius, encontra-se a energia de ativação:

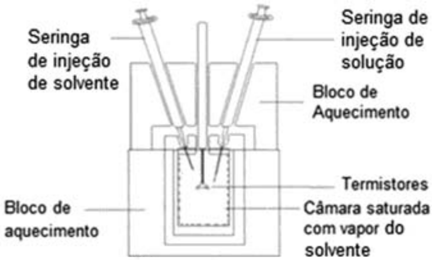
$$\ln\left(\frac{k_2}{k_1}\right) = -\frac{Ea}{R}\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right) \Rightarrow$$

$$\ln\left(\frac{5{,}7}{1{,}888}\right) = -\frac{Ea}{8{,}314}\left(\frac{1}{400} - \frac{1}{250}\right) \Rightarrow$$

$$Ea \cong 6{,}097\ kJ\cdot mol^{-1}.$$

10ª QUESTÃO

A técnica de Osmometria de Pressão de Vapor (OPV) permite determinar a massa molar de uma substância desconhecida através da quantificação da diferença de temperatura (ΔT) entre uma gota de solução diluída da substância desconhecida e uma gota do solvente puro utilizado nesta diluição, em câmara saturada com o mesmo solvente, conforme o dispositivo abaixo.



A diferença de temperatura (ΔT) tem relação direta com o abaixamento da pressão de vapor (ΔP), conforme a expressão:

$$\Delta T = \frac{RT_0^2}{P_0 \Delta H_{vap}} \cdot \Delta P$$

em que R = constante universal dos gases ideais, T_0 = temperatura de ebulição do solvente puro, P_0 = pressão de vapor do solvente puro e ΔH_{vap} = entalpia de vaporização do solvente puro.

Demonstre que, segundo a técnica de OPV, a massa molar M_1 de uma substância desconhecida pode ser quantificada por:

$$M_1 = \frac{RT_0^2}{\Delta H_{vap}} \cdot \frac{W_1 M_0}{\Delta T}$$

em que M_0 = massa molar do solvente e W_1 = fração mássica do soluto desconhecido na solução diluída.

Comenta

PROPRIEDADES COLIGATIVAS

A lei de Raoult, válida para soluções ideais de solutos não voláteis, estabelece que a pressão máxima de vapor do solvente na solução é proporcional à fração molar do próprio solvente. Se o soluto não é eletrolítico, tal lei pode ser expressa por:

$P = x_2 \cdot P_0$

Sendo:

P = pressão máxima de vapor do solvente na solução

x_2 = fração molar do solvente na solução = $1 - x_1$

x_1 = fração molar do soluto na solução

P_0 = pressão máxima de vapor do solvente puro

Desenvolvendo essa equação, temos:

$$P = (1 - x_1) \cdot P_0 \quad \Rightarrow \quad P = P_0 - x_1 P_0 \quad \Rightarrow \quad P_0 - P = x_1 P_0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\Delta P}{P_0} = x_1$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\Delta P}{P_0} = \frac{n_1}{n_1 + n_2} \cong \frac{n_1}{n_2} = \frac{m_1/M_1}{m_2/M_0} = \frac{m_1}{m_2} \cdot \frac{M_0}{M_1} \cong \frac{m_1}{m_1 + m_2} \cdot \frac{M_0}{M_1} = W_1 \cdot \frac{M_0}{M_1}$$

As aproximações executadas acima levam em conta que a solução é diluída.
Utilizando a expressão de ΔT fornecida, temos:

$$\Delta T = \frac{RT_0^2}{P_0 \Delta H_{vap}} \cdot \Delta P \quad \Rightarrow \quad \Delta T = \frac{RT_0^2}{\Delta H_{vap}} \cdot W_1 \cdot \frac{M_0}{M_1} \quad \Rightarrow \quad \boxed{M_1 = \frac{RT_0^2}{\Delta H_{vap}} \cdot \frac{W_1 M_0}{\Delta T}}$$

ANOTAÇÕES

PORTUGUÊS

1ª QUESTÃO

Na comparação entre os dois primeiros textos apresentados, pode-se afirmar que

(A) ambos apresentam a ideia de perigo na viagem empreendida, mas afastam-se quanto ao entendimento do que seja o itinerário dessa grande viagem.

(B) a "muita miséria" e a "pouca diversão" a que alude o poema estão claramente relacionadas ao fato de que 81% da população mundial vive em países em desenvolvimento, conforme aponta o Texto 1.

(C) conhecer o planeta e o espaço onde vivemos é o grande desafio apontado nos dois textos.

(D) tanto o Texto 1 quanto o Texto 2 põem em segundo plano as questões relacionadas aos dilemas da ciência e da tecnologia.

(E) ambos os textos proclamam o valor do autoconhecimento.

Comenta

INTERPRETAÇÃO DE TEXTO

Considerando a leitura dos dois textos, pode-se considerar que ambos sugerem a imagem de uma viagem empreendida, utilizando-se de construções alegóricas para representar os perigos. Entretanto, a compreensão do itinerário se dá de forma diferente, afastando-os no que tange ao processo imagético de construção. No texto I, observa-se que Benedito Braga, ao usar a imagem de que o planeta pode ser comparado a uma astronave, propõe uma grave reflexão sobre a crise ambiental. Já Drummond utiliza a imagem das viagens do homem, destacando a necessidade de que o homem faça uma viagem de si a si mesmo e questione o que andamos fazendo com o nosso semelhante e com o nosso e velho maltratado planeta.

Resposta correta: (A)

2ª QUESTÃO

Atente para os seguintes recursos coesivos usados no Texto 1:

QUE (linha 1);
SEUS (linha 4);
SUA (linha 8);
SUA (linha 12);
SUAS (linha 90);

Tais recursos recuperam, respectivamente, as palavras:

(A) planeta; astronave; degradação; tendência; processos.

(B) astronave; astronave; energia; sistema; humanos.

(C) planeta; passageiros; energia; tendência; transformações ambientais.

(D) astronave; astronave; energia; tendência; processos.

(E) planeta; astronave; degradação; sistema; humanos.

Comenta

RECURSOS COESIVOS

A questão de número 2 exige que o candidato entenda os princípios de referenciação dentro de um texto. Na questão, pede-se que o candidato aponte a que elementos os recursos coesivos se referem no Texto 1. Assim, podem ser entendidos:
– QUE (LINHA 1) – refere-se à “astronave” (LINHA 1);
– SEUS (LINHA 4) – refere-se à “astronave” (LINHA 4);
– SUA (LINHA 8) – refere-se à “energia” (LINHA 8);
– SUA (LINHA 12) – refere-se à “sistema” (LINHA 11);
– SUAS (LINHA 90) – refere-se a “humanos” (LINHA 88).

Portanto, acerta a questão quem marca a alternativa B.

Resposta correta: (B)

3ª QUESTÃO

Ao longo de todo o poema O Homem: As Viagens (Texto 2), o poeta usa exaustivamente como recurso de expressão (estilo) a

(A) adjetivação.

(B) comparação.

(C) repetição.

(D) aliteração.

(E) personificação.

Comenta

RECURSOS DE EXPRESSIVIDADE TEXTUAIS

Embora o texto 2 apresente em seus versos diversas adjetivações, é de forma exaustiva que se apresenta o recurso de expressão da repetição, o que fica evidente nas estrofes 5 e 6, nas quais o poeta utiliza termos como “idem” e, até mesmo, “repetir” e “repetitório”.

Resposta correta: (C)

4ª QUESTÃO

Leia atentamente as assertivas seguintes em relação ao último parágrafo do Texto 1 e a 2ª, a 5ª e a 6ª estrofes do Texto 2.

I. O poeta salienta um desejo insaciável do homem em encontrar novos lugares para explorar.

II. O último parágrafo do Texto 1 trata, dentre outras coisas, da frustração vivenciada em função de, um dia, ter havido confiança desmedida na capacidade do homem para gerenciar as questões relacionadas aos recursos do planeta Terra.

III. A “insuspeitada alegria” a que o poeta faz referência remete à “busca de conforto e qualidade de vida” por meio da inteligência e da tecnologia, conforme aos anseios apontados no último parágrafo do Texto 1.

IV. O neologismo “dangerosíssima” aponta para o perigo de se descobrir coisas que podem ser ruins dentro de si mesmo.

São verdadeiras

(A) apenas as afirmações I, II e III.

(B) apenas as afirmações I, III e IV.

(C) apenas as afirmações I, II e IV.

(D) apenas as afirmações II, III e IV.

(E) todas as afirmações.

Comenta

INTERPRETAÇÃO

Com base na leitura do último parágrafo do texto 1 e das estrofes 2, 5 e 6 do texto 2, considerem-se os seguintes comentários.

I. **Correta**. As estrofes 2, 5 e 6 sugerem a imagem do incontrolável desejo do homem em encontrar novos lugares para explorar. Vale destacar que o poema de Drummond foi publicado no livro *As impurezas do Branco*, no ano de 1973, período da corrida espacial, deflagrada entre a União Soviética e os Estados Unidos.

II. **Correta**. No último parágrafo do texto, o autor destaca que, "recentemente, se acreditava que a inteligência e a tecnologia resolveriam qualquer problema" e que os recursos para o desenvolvimento das espécies eram ilimitados. Entretanto, Benedito Braga afirma que a humanidade passou a experimentar uma incerteza em relação à própria sobrevivência, já que constatou sua incapacidade de entender e controlar os processos e as transformações ambientais decorrentes de suas atividades.
III. **Incorreta**. "A insuspeitada alegria", a que faz referência Drummond, no penúltimo verso do poema, refere-se à importância de compartilhar suas experiências e emoções com os seus companheiros de jornada na Terra.
IV. **Correta**. O neologismo "dangerosíssima", empregado por Drummond, é constituído pelo vocábulo inglês "danger", que significa perigo, e pelo sufixo "íssimo". Tal vocábulo sugere a ideia do grande perigo de uma viagem de si a si mesmo, cujas descobertas podem ser negativas.

Resposta correta: (C)

5ª QUESTÃO

Observe a pontuação apresentada nos trechos abaixo destacados:

I. (...) os passageiros, utilizando-se da inesgotável energia solar, processam, por meio de sua tecnologia e de seu metabolismo, os recursos naturais finitos, gerando, inexoravelmente, algum tipo de poluição. (linhas 12 a 14 do Texto 1)

II. (...) uma erupção vulcânica, apesar de poder ser considerada uma fonte poluidora, é um fenômeno natural não provocado pelo homem (...). (linhas 71 e 72 do Texto 1)

O uso de vírgulas nos trechos destacadas indicam

(A) a separação de elementos sintáticos coordenados entre si.

(B) a separação de elementos que têm a mesma função sintática.

(C) a supressão proposital de um elemento sintático.

(D) a intercalação de advérbios e de orações adverbiais.

(E) a separação de orações coordenadas assindéticas.

Comenta

PONTUAÇÃO

As vírgulas aplicadas nos trechos destacados promovem a intercalação de itens adverbiais. No primeiro trecho, percebe-se a intercalação de uma oração subordinada adverbial temporal reduzida de gerúndio ("utilizando-se da inesgotável energia solar"), de uma locução adverbial de meio ("por meio de sua tecnologia e de seu metabolismo") e de um advérbio de modo ("inexoravelmente"). Já no segundo trecho, é perceptível a intercalação de uma oração subordinada adverbial concessiva ("apesar de poder ser considerada uma fonte poluidora").

Resposta correta: (D)

6ª QUESTÃO

A **transtextualização** ou **intertextualidade** é um "processo pelo qual o enunciador constrói seu texto (texto meta) mediante a incorporação ou transformação da totalidade ou de parte de outro texto (texto fonte)" (AZEREDO, J. C. Gramática Houaiss da Língua Portuguesa, p. 96).

São vários os tipos de **transtextualização** elencados na referida obra, dentre eles a incorporação, a citação, a alusão, a reelaboração, a paráfrase, a tradução e a paródia. Especificamente,

> a alusão consiste em evocar um texto ou discurso anterior (de outro gênero, de outra época, de outra cultura), para produzir, no presente, um efeito de sentido autorizado ou legitimado pelo texto/discurso evocado. Diferentemente da citação, cuja incorporação o interlocutor identifica graças às marcas, a alusão só é percebida se o texto que ela evoca faz parte da cultura do interlocutor (IBIDEM, p. 98).

Atente para as seguintes assertivas apresentadas na comparação dos textos 2 e 3.

I. Há uma relação explícita entre o primeiro verso do poema de Drummond e o último verso do Canto I de Os Lusíadas, de Camões, apresentados nesta prova.

II. O verso camoniano "Tanta necessidade aborrecida" pode ser visto como um desencadeador da descrição drummondiana do tédio do homem face a suas conquistas que não o levam à resolução de problemas mais imediatos como a fome, a desigualdade e as injustiças, também evocadas por Camões nos versos iniciais da estrofe 106 de Os Lusíadas.

III. O texto brasileiro alude diretamente ao texto português no uso da expressão "engenho e arte", recorrendo, inclusive, à mesma parceria rítmica (parte/arte).

IV. Enquanto em Camões a humanização reivindicada refere-se a uma europeização do espaço terrestre, no poema de Drummond, diferentemente, a humanização é interplanetária, o que se verifica inclusive pelo uso da maiúscula na palavra Terra no primeiro verso de seu poema.

São **marcas de alusão**

(A) apenas o que se afirma em I e II.

(B) apenas o que se afirma em I, II e III.

(C) apenas o que se afirma em II e III.

(D) apenas o que se afirma em III e IV.

(E) o que se afirma em I, II, III e IV.

FB Comenta

INTERTEXTUALIDADE

A questão em análise versa sobre a intertextualidade que se estabelece entre os textos 2 e 3. Analisando cada uma das assertivas, percebemos:

I. Assertiva verdadeira. É notável como o primeiro verso do poema Drummondiano utiliza-se da mesma forma de referenciar o homem que está presente no último verso do poema camoniano, em que se aplica ao ser humano a alcunha de "bicho da terra tão pequeno".

II. Assertiva verdadeira. A ideia de "tanta necessidade aborrecida" corrobora com a perspectiva assinalada no poema de Drummond, que identifica a insatisfação do homem com um planeta humanizado e, por isso mesmo, insustentável. Vale salientar a mesma visão pessimista presente nos primeiros versos da estrofe 106 de *Os Lusíadas*, que aponta a guerra, o engano e a morte como mazelas que comprometem a frágil existência humana.

III. Assertiva verdadeira. O emprego da expressão "engenho e arte" no poema de Drummond remete ao célebre verso camoniano, utilizando, inclusive, o mesmo par rítmico (parte/arte) aplicado no texto de *Os Lusíadas*.

IV. Assertiva Falsa. Ambos os textos aludem à ideia de humanização em uma perspectiva existencial e atitudinal, definindo o homem não por seu espaço geográfico, mas pela necessidade de reconstruir o território de convivência a partir de um recondicionamento do caráter humano.

Resposta correta: (B)

7ª QUESTÃO

Leia atentamente as assertivas seguintes a propósito dos Textos 2 e 3:

I. Os versos "Cesse tudo o que a Musa antiga canta,/Que outro valor mais alto se alevanta." reivindicam, para os portugueses, a glória de haver sobrepujado qualquer outra façanha humana, o que se confirma no próprio poema quando se afirma que mesmo os deuses Netuno e Marte obedeceram a esse povo ilustre.

II. Tanto os versos de Camões quanto os de Carlos Drummond de Andrade recorrem à mudança de tempo verbal, ressaltando a importância dessa escolha para melhor revelar as incertezas que assolam o homem em sua pequenez e insignificância diante dos mistérios de sua existência.

III. Os textos diferem completamente um do outro quanto à escolha do léxico e à sintaxe: enquanto o texto do poeta brasileiro abriga neologismos e gírias em suas construções e faz uso de construções sintáticas diretas e simples, o texto do poeta português apresenta vocabulário erudito e construções sintáticas que invertem a ordem natural da sintaxe portuguesa.

IV. É possível estabelecer uma comparação entre o verso drummondiano "roupa insiderável de viver no Sol" (7ª estrofe do Texto 2) e o verso camoniano "mais do que prometia a força humana" (1ª estrofe do Texto 3): ambos constatam a forte presença dos "engenhos" que a capacidade inventiva do homem consegue elaborar.

São verdadeiras

(A) apenas as afirmações I, II e III.

(B) apenas as afirmações I, III e IV.

(C) apenas as afirmações II, III e IV.

(D) apenas as afirmações I, II e IV.

(E) todas as afirmações.

Comenta

INTERPRETAÇÃO DE TEXTO

A questão em análise pauta-se na verificação dos artifícios textuais dispostos nos textos 2 e 3. Analisemos, pois, cada uma das assertivas:

I. Assertiva verdadeira. É possível perceber que Camões, na proposição verificada nos primeiros versos de *Os Lusíadas*, assinala os grandes feitos dos portugueses, que são apresentados de tal monta a exaltar a pátria lusitana, atribuindo aos patrícios, inclusive, o feito de sobrepujar deuses olímpicos.

II. Assertiva verdadeira. Verifica-se no poema de Drummond que o presente do indicativo, tempo verbal recorrente, é substituído pelo futuro do presente no verso "(Estará equipado?)." Esse verso, por sua vez, levanta um questionamento sobre a capacidade de o homem estar apto a lidar com seus anseios existenciais. Mudança semelhante de tempo verbal ocorre na estrofe 106 do poema de Camões, em que se percebe uma dúvida que ressalta a pequenez humana ("onde <u>terá</u> segura a curta vida, / Que não se arme e se indigne o céu sereno / Contra um bicho da terra tão pequeno?)

III. Assertiva verdadeira. O poema de Drummond expressa características da modernidade, com um vocabulário experimentalista e, em geral, coloquial, diferentemente da erudição e da metrificação rígida próprias do poeta quinhentista português.

IV. Assertiva verdadeira. O verso Drummondiano "roupa insiderável de viver no sol" remete à capacidade inventiva humana, ou seja, aos "engenhos" ou à engenhosidade do homem. O verso Camoniano "mais do que prometia a força humana", de maneira mais erudita, evoca a capacidade de o homem ultrapassar limites e estabelecer conquistas por meio de sua destreza e técnica, características que o levaram a alcançar novos mundos e edificar novos reinos, como se constata em "E entre gente remota edificaram / Novo Reino, que tanto sublimaram".

Resposta correta: (E)

8ª QUESTÃO

A palavra "QUE" nos versos do Texto 3 "Que eu canto o peito ilustre, Lusitano" (verso 21) e "Que outro valor mais alto se alevanta" (verso 24) tem valor

(A) explicativo: introduz ideia de explicação. Na forma apresentada, é uma redução da conjunção "porque".

(B) adversativo: introduz ideia de contraste entre lusitanos e demais povos.

(C) aditivo: expressa ideia de adição, união do povo lusitano para atingir os feitos cantados pelo poeta.

(D) conclusivo: expressa uma situação de consequência.

(E) alternativo: ora os heróis são os portugueses, ora gregos e troianos.

Comenta

VALOR SEMÂNTICO DA PALAVRA "QUE"

Nos versos 21 e 24, a palavra "QUE" tem valor semântico de explicação, pois apresenta-se como uma forma reduzida do conectivo explicativo "porque". Observe que a palavra "que" denota valor explicativo, porque pode também ser substituída por "pois", conectivo que, assim como "porque", pode estabelecer relações lógicas de causa e consequência entre as orações.
Acerta, portanto, quem marca a alternativa A

Resposta correta: (A)

9ª QUESTÃO

O quarto parágrafo do Texto 1 apresenta o papel da Revolução Industrial e seu impacto no mundo. Sobre a explanação dos autores, podemos afirmar que

(A) há a apresentação de duas consequências discutidas pelos autores no que concerne ao impacto da tecnologia no mundo.

(B) a Revolução Industrial trouxe apenas benefícios para a humanidade, segundo os autores.

(C) "a população familiar de 25 pessoas" é apresentada pelos autores, como "fenômeno" que prejudica o próprio relacionamento familiar na medida em que os recursos naturais são explorados.

(D) o "fenômeno" citado pelos autores é a própria Revolução Industrial.

(E) cinco filhos por casal é a conclusão exposta e defendida como ideal para os casais durante a Revolução Industrial desde aquela época até os dias atuais, segundo as próprias palavras dos autores.

FB Comenta

INTERPRETAÇÃO DE TEXTO

No quarto parágrafo do Texto 1, notamos duas consequências que decorrem das consequências da Revolução Industrial no mundo. Sobre isso, os autores apontam o aumento da população mundial a partir de duas gerações (dadas como exemplo para o crescimento da população) e o fato de a tecnologia ter contribuído para a redução da taxa bruta de mortalidade. Essas duas consequências contribuem para o crescimento populacional anual, o que põe em xeque o futuro da "astronave", que é discutido ao longo do texto.
Acerta, portanto, quem marca a alternativa A.

Resposta correta: (A)

10ª QUESTÃO

Acerca do "ponto de vista legal do controle da poluição", o autor do Texto 1 afirma:

"(...) para fins práticos, em especial do ponto de vista legal de controle da poluição, acrescentamos que o conceito de poluição deve ser associado às alterações indesejáveis provocadas pelas atividades e intervenções humanas no ambiente."

Considerando o trecho acima e o comportamento do homem ao desbravar novos territórios explorado no poema "O homem: as viagens", podemos afirmar que

I. o verso "humaniza Marte com engenho e arte" não pode ser lido como uma crítica às alterações do homem em meios ambientais.

II. o verso "outros planetas restam para outras colônias" traz a ideia de comportamento repetitivo adotado pelo homem em suas "colônias".

III. o "engenho" citado no poema pode ser considerado como a prática das ações poluidoras citadas no conceito de poluição do item 1.3.

(A) Apenas as assertivas I e II estão corretas.

(B) Apenas as assertivas II e III estão corretas.

(C) As assertivas I, II e III são falsas.

(D) Somente a assertiva III é correta.

(E) Todas as assertivas são corretas.

Comenta

INTERPRETAÇÃO

Com base no trecho proposto para análise, retirado do texto, pode-se considerar:

I. Incorreto – O verso “humaniza Marte com engenho e arte” apresenta um tom irônico – aspecto bastante comum na poesia drummondiana – em relação às intervenções do homem em meios ambientais.

II. Correta – A ideia contida no verso “outros planetas restam para outras colônias” sugere a ideia da repetição do comportamento homem em suas “colônias”.

III. Correta – No poema de Drummond, o termo “engenho”, que significa produzir com arte, realizar, pode ser compreendido como uma intervenção em um meio ambiente, gerando efeitos danosos. Assim, ao considerarmos o texto de Benedito Braga, pode-se estabelecer uma correspondência entre a palavra “engenho” e as ações poluidoras citadas no item 1.3.

Resposta correta: (B)

11ª QUESTÃO

Considere a afirmação:

“Isso talvez possa ser explicado pela incerteza que os humanos passaram a experimentar em relação à própria sobrevivência da espécie e pela constatação de sua incapacidade de entender e controlar os processos e as transformações ambientais decorrentes de suas atividades.” (linhas 87 a 90 do Texto 1)

Em sua busca pela sobrevivência da espécie, o homem tem sede de colonizar novos espaços, já que a Terra apresenta condições incertas de sobrevivência devido à poluição, dentre outras coisas. Assinale a alternativa em que o verso do poema de Drummond (Texto 2) traduz esse desejo de explorar novos espaços.

(A) “O homem, bicho da Terra tão pequeno”. (verso 1)

(B) “lugar de muita miséria e pouca diversão,”. (verso 3)

(C) “Vamos para Marte – ordena a suas máquinas.”. (verso 15)

(D) “pôr o pé no chão/do seu coração”. (versos 53 e 54)

(E) “descobrindo em suas próprias inexploradas entranhas/a perene, insuspeitada alegria”. (versos 60 e 61)

Comenta

INTERPRETAÇÃO

Considerando a ideia de que o homem passou a experimentar uma incerteza em relação à sua própria sobrevivência, o homem tem sede de colonizar novos espaços. Essa necessidade se fundamenta em sua busca pela sobrevivência da espécie. No texto de Drummond, esse desejo de explorar novos espaços encontra tradução no verso "Vamos para Marte – ordena a suas máquinas".

Resposta correta: (C)

12ª QUESTÃO

Assinale a alternativa em que a substituição da expressão **uma vez que** (linha 57 do Texto 1) pelo conectivo proposto alteraria o nexo estabelecido no texto.

(A) porque;

(B) visto que;

(C) apesar de que;

(D) porquanto;

(E) já que.

Comenta

GRAMÁTICA

Em todos os demais itens, apresentam-se conjunções e locuções conjuntivas que denotam causa, explicando algo que foi dito anteriormente, exceto no item C, caso em que há uma locução conjuntiva subordinativa concessiva.

Em todos os demais itens, apresentam-se conjunções ou locuções conjuntivas, introduzindo as relações de causa e consequência, o que não ocorre no item C, caso em que se denota uma concessão.

Resposta correta: (C)

13ª QUESTÃO

O sentido do verbo que constitui o último verso do Texto 2 refere-se a/ao

(A) ciclo repetitivo de intermináveis colonizações.

(B) relacionamento do homem com seu interior e com seu semelhante.

(C) alegria do ser humano em se reconhecer um exímio explorador de novos ambientes.

(D) insaciável e sempre curioso relacionamento com os vários recursos naturais de que o homem pode dispor.

(E) ciclo incessante das buscas humanas que nunca trará a plena alegria citada no verso anterior: "a perene e insuspeitada alegria".

Comenta

SEMÂNTICA DO VERBO "CON-VIVER"

No poema de Carlos Drummond de Andrade, o uso de verbo "con-viver", uma espécie de neologismo, adquire, no contexto em que foi usado, no mínimo, dois sentidos: o de que o homem se relaciona consigo mesmo e o de que ele se relaciona com seu semelhante. Observe que o jogo semântico, ocorrido a partir da utilização do prefixo "con", é o responsável por essa duplicidade de sentido. Ou seja, "viver" refere-se ao curso natural da existência do homem, já "con-viver", ao compartilhamento da existência com seu semelhante.
Acerta, portanto, quem marca a alternativa B.

Resposta correta: (B)

14ª QUESTÃO

Assinale a alternativa em que a substituição da palavra **perene** (verso 61, Texto 2) acarretaria mudança de sentido:

(A) constante;

(B) permanente;

(C) contínua;

(D) eterna;

(E) frequente.

FB Comenta

VOCABULÁRIO

O termo “perene”, no texto, possui como melhores sinônimos para o contexto os termos “constante”, “permanente”, “contínua” e “eterna”, uma vez que, tendo conhecido a si mesmo, experimentará uma permanente e ininterrupta alegria. O termo “frequente” acarretaria mudança de sentido, pois não expressaria completamente o caráter duradouro do termo “perene”, mas uma ação que se repete muitas vezes, sem necessariamente ser infinita.

Resposta correta: (E)

15ª QUESTÃO

Assinale a alternativa em que os versos do Texto 2 e suas leituras abaixo fogem à ideia de tédio e à de colonização do cosmos exteriorizadas no poema.

(A) Em “repetir a fossa” (verso 34) podemos concluir que o contato com o novo não traz ao homem a satisfação desejada.

(B) Em “o homem funde a cuca se não for a Júpiter” (verso 32) podemos ver o homem que não se dá conta da repetição das mesmas situações: tédio diante da conquista realizada.

(C) Os versos “idem/idem/idem.” (versos 29, 30 e 31) podem ser considerados como uma padronização de comportamentos repetitivos em busca do novo.

(D) Os versos “por o pé no chão/do seu coração” (versos 53 e 54) expressam a busca pelo desconhecido que está tão próximo a nós.

(E) O verso “planta bandeirola na lua” (verso 8) mostra-nos a falta de sentido manifestada na relação do homem com o mero ato de dominar.

FB Comenta

INTERPRETAÇÃO TEXTUAL

Com exceção do item D, os demais concernem à colonização do cosmos, tema central do poema. Revela-se nos versos 53 e 54 a proposição de uma “viagem de si a si mesmo” no intuito de não mais explorar o desconhecido exterior, mas o próprio coração do homem, embora tão próximo, ainda tão estranhamente desconhecido pelo próprio homem, que, em sua desenfreada busca por conquista, ignora o convívio com os demais em seu próprio planeta, bem como as injustiças que o rodeiam.

Resposta correta: (D)

INGLÊS

16ª QUESTÃO

(A) shiningly
(B) locale
(C) in broad spectrum
(D) far-reaching
(E) worldwide

Comenta

TESTE CLOZE

A palavra “worldwide” (no mundo todo) é o que corretamente complementa o espaço no texto, uma vez que a informação dá conta de que o aterro sanitário ainda é o meio de armazenamento de lixo mais usado no mundo. As palavras “shiningly” (brilhantemente), “locale” (localidade), “in broad spectrum” (em amplo espectro) e “far-reaching” (vasto) não fazem sentido para a complementação do texto.

Resposta correta: (E)

17ª QUESTÃO

(A) release
(B) confinement
(C) allowance
(D) bondage
(E) exemption

Comenta

TESTE CLOZE

O vocábulo **release** (lançamento, dispersão) é o que corretamente dá sentido à frase do texto, pois é afirmado que o lançamento potencial de contaminantes por meio de gases dos aterros sanitários depende amplamente do desenho do aterro.
As palavras *confinement* (confinamento), *allowance* (abono, pagamento), *bondage* (escravidão) e *exemption* (isenção) não dariam sentido à frase.

Resposta correta: (A)

18ª QUESTÃO

(A) moreover
(B) host
(C) comprised
(D) including
(E) inward

Comenta

TESTE CLOZE

O vocábulo INCLUDING (incluindo) é o que, corretamente, completa a frase do texto, dando sentido à informação de que o lançamento de gases, a partir de aterros sanitários, depende das condições desses aterros, incluindo a recuperação dos gases e os sistemas de tratamento. As palavras *moreover* (além disso), *host* (anfitrião), *comprised* (composta) e *inward* (inferior) nos dão coerência à frase.

Resposta correta: (D)

19ª QUESTÃO

(A) thread
(B) crease
(C) synthetic
(D) factitious
(E) legitimate

Comenta

TESTE CLOZE

A palavra SYNTHETIC (sintético) adequadamente completa a frase do texto, explicitando a ideia de que os modernos aterros projetados usam barreiras sintéticas, com poucos se utilizando de barreiras naturais. As palavras *thread* (frio), *crease* (ruga), *factitious* (factício) e *legitimate* (legítimo) não servem como complemento para a frase.

Resposta correta: (C)

20ª QUESTÃO

(A) in so far
(B) thereby
(C) besides
(D) despite
(E) nevertheless

Comenta

TESTE CLOZE

A conjunção *thereby* (assim) é o termo a ser usado para iniciar a frase, dando a ideia de que, dessa forma, evita-se a migração de lixívias para o solo.
As palavras *in so far* (na medida), *besides* (além disso), *despite* (apesar de) e *nevertheless* (entretanto) não dariam coerência à frase.

Resposta correta: (B)

21ª QUESTÃO

(A) would untie
(B) may set free
(C) can be acquitted
(D) could be released
(E) should unleash

Comenta

TESTE CLOZE

A frase do texto afirma que é possível que alguns nanomateriais projetados (ENMs) possam ser lançados através dos gases dos aterros sanitários, tornando assim necessário o uso de *could be released* para dar coerência à sentença. As locuções verbais *would untie* (desatariam), *may set free* (poderiam libertar), *can be acquitted* (pode ser absolvido) e *should unleash* (deveria soltar) não dariam sentido à frase.

Resposta correta: (D)

22ª QUESTÃO

(A) prior
(B) out of
(C) by
(D) afresh
(E) up

Comenta

TESTE CLOZE

O termo *out by*, juntamente com o termo verbal *transported* (transportado para fora), é o que, corretamente, completa a frase, situação em que se lê a informação de como isso é considerado ser o meio primário pelo qual os nanomateriais projetados podem ser transportados para fora por um aterro sanitário.
As palavras *prior* (anterior), *by* (por), *afresh* (de novo) e *up* (para cima) não dão coerência à frase.

Resposta correta: (B)

23ª QUESTÃO

(A) should be considered
(B) may have considered
(C) could have considered
(D) will not consider
(E) would not consider

Comenta

TESTE CLOZE

A frase sugere que a caracterização dos gases dos aterros para identificar a presença de nonomateriais projetados deve ser considerado (*should be considered*) uma importante área para pesquisa futura, dando assim, coerência à sentença. As locuções verbais *may have considered* (pode ter considerado), *could have considered* (podia ser considerado), *will not consider* (não considerará) e *would not consider* (não consideraria) não dão sustentação à frase.

Resposta correta: (A)

24ª QUESTÃO

(A) indoors
(B) inwardly
(C) within
(D) aside
(E) overhead

Comenta

TESTE CLOZE

A preposição *within* (dentro de) é o que corretamente completa a frase, que explica que a lixívia é gerada quando a chuva atravessa o lixo, e o líquido é criado devido à decomposição do lixo dentro do aterro. As palavras *indoors* (dentro de casa), *inwardly* (interiormente), *aside* (de lado) e *overhead* (despesas gerais) não dão coerência à frase.

Resposta correta: (C)

25ª QUESTÃO

(A) iffy
(B) ticklish
(C) variable
(D) mobile
(E) wavering

Comenta

TESTE CLOZE

A frase diz que a composição da lixívia é extremamente variável (*variable*), sendo esse, portanto, o vocábulo a ser usado para complementar a frase. As palavras *iffy* (duvidoso), *ticklish* (coceguento), *mobile* (móvel) e *wavering* (vacilante) não completariam corretamente a frase.

Resposta correta: (C)

26ª QUESTÃO

Choose the correct option.

(A) Researches are disrupted since a solar flare will obliterate life.

(B) Sun eruptions could wipe out all life on Earth.

(C) The Aurora Borealis is as welcome as disruptions.

(D) Power networks frequently benefit from solar flares.

(E) Whenever Aurora Borealis can be seen, there will not be any power network.

Comenta

INTERPRETAÇÃO DE TEXTO

"Erupções solares poderiam destruir toda a vida na Terra" (B), consoante se lê na segunda frase do texto: "... researchers say that there is a chance – though small – that the sun could one day blast us with a solar flare thousands of times as powerful..."

Resposta correta: (B)

27ª QUESTÃO

Choose the correct option.

(A) An equipment from an Asian country broke and reconnected 100,000 magnetic fields.

(B) 10,000 "strong" solar flares produced by other stars were detected.

(C) 100,000 stars have stronger magnetic fields than the sun's.

(D) The breaking and reconnection of magnetic fields surely produce superflares from stars different from the sun.

(E) Bigger than normal flares may have reached our planet.

Comenta

INTERPRETAÇÃO DE TEXTO

De acordo com o texto, “erupções maiores que as normais podem ter alcançado o nosso planeta” (E), o que pode ser confirmado pela seguinte passagem: “From evidence in tree rings, the researchers say, it looks like Earth suffered small superflares – 10 to 100 times bigger than normal.”

Resposta correta: (E)

28ª QUESTÃO

Choose the correct option.

(A) Since a flare may occur at any moment, it’s interesting to have some candles at home due to the power disruption it may cause.

(B) Superflares are predictable once a millennium as well as an Earth-frying superflare, so it is essential to have our data saved.

(C) Evidence in tree rings prove we will be able to see the Aurora Borealis twice in this millenium.

(D) The percentage of Earth-frying flares was also detected by scientists.

(E) 10% of superflaring stars produce 10 to 100 times stronger superflares.

Comenta

INTERPRETAÇÃO DE TEXTO

“Uma vez que uma erupção solar (“flare”) pode ocorrer a qualquer momento (occasionally = at any moment), é interessante ter algumas velas (“candles”) em casa devido à interrupção de energia que isso pode causar” (A), o que pode ser confirmado pela leitura das seguintes passagens do texto:
“Solar flares… causing, occasionally, less-welcome disruptions to power networks and communications” e “So, back up your data and **stock up on candles**”.

Resposta correta: (A)

29ª QUESTÃO

Choose the correct option.

(A) Lee de Forest was taken to court and then transmitted the first Morse Code.

(B) People could not profit since they had bought shares.

(C) He was charged with fraud for having sold some specific shares.

(D) The selling of shares made him buy a Radio Telephone Company.

(E) He was forbidden to sell his own company's stocks.

Comenta

INTERPRETAÇÃO DE TEXTO

No primeiro parágrafo do texto, encontramos a informação de que Lee de Forest foi acusado de fraude por ter negociado algumas ações específicas em sua empresa telefônica. (*The case against him was that he had been selling shares in his Radio Telephone Company*).

Resposta correta: (C)

30ª QUESTÃO

Choose the correct option.

(A) Even after the transmission of the Morse Code, the prosecutor did not believe in signal transmission.

(B) De forest was prosecuted for announcing something in the media which proved impossible to happen in a two years' time.

(C) By the time it was proven de Forest was right, 14 years had gone from that day in court.

(D) Over a decade after the Morse Code was transmitted, de Forest was arrested.

(E) The prosecutor thought the public was led to accept impossible hypotheses.

Comenta

INTERPRETAÇÃO DE TEXTO

Os parágrafos dois e três atestam que o promotor do caso (*prosecutor*) achou que Lee de Forest levou o público a aceitar uma hipótese impossível, a de que seria possível transmitir a voz humana para o outro lado do Atlântico antes do que se esperava. Lee foi condenado, e dois anos depois, a primeira transmissão que atravessou o Atlântico foi realizada.

Resposta correta: (E)

31ª QUESTÃO

What's the meaning of the underlined word in the following sentence: "In his spare time, he continued his study of physics (...)"?

(A) Temperate.

(B) Not abundant.

(C) Lean and trim.

(D) Not elaborate.

(E) Unoccupied.

Comenta

VOCABULÁRIO

A palavra "spare", na oração "In his **spare** time, he continued his study of physics (...)"?, significa "tempo livre" (= freetime), o que corresponde a "unoccupied" (desocupado).

Resposta correta: (E)

32ª QUESTÃO

Choose the correct option.

(A) After his discovery, he got a job as a Swiss examiner at the Munich Technical Institute.

(B) He published the first of his papers on relativity due to his off-duty hours dedicated to his own research.

(C) He needed to be fired by a German institution at the age of 19 to finally come up with a new theory.

(D) He had been stubborn all of his life when he discovered something in 1901 that would change his life forever.

(E) The examinations he was in charge daily weakened the quality of his research. The result was fame.

Comenta

INTERPRETAÇÃO DE TEXTO

De acordo com o texto, Albert Einstein, três anos depois de lhe terem negado uma colocação no Instituto Técnico de Munique, ganhou cidadania suíça e tornou-se examinador no Escritório de Patentes Suíças. No seu tempo livre, ele continuou seus estudos de física e, em 1905, tinha avançado tanto que foi capaz de publicar o primeiro

dos seus célebres trabalhos sobre a Teoria da Relatividade, que ganhou fama mundial. Assim, a alternativa B contém a afirmação correta, pois diz que "ele publicou o primeiro de seus trabalhos sobre relatividade devido (graças) às suas horas de folga (*off-duty hours*) dedicadas às suas pesquisas".
off-duty = spare time

Resposta correta: (B)

33ª QUESTÃO

What's the meaning of the underlined word in the following sentence: "(…) her team have deployed an experimental sonar monitoring system just under the surface of the <u>murky</u> water"?

(A) Darkened and dusky.

(B) Shining and clear.

(C) Blighted and hazardous.

(D) Deep and blemished.

(E) Slipshod and littered.

Comenta

VOCABULÁRIO

A palavra "murky" (escura), sublinhada no trecho "... murky water", é sinônimo de "darkened" (escurecida) e "dusky" (mal iluminada, escurada).

Resposta correta: (A)

34ª QUESTÃO

Choose the correct option.

(A) Two remaining factors might make the Ganges river dolphins go extinct.

(B) Dolphins were completely removed from dams.

(C) The sonar monitoring system floats on the river water.

(D) Information collected through the sonar might help save the dolphins.

(E) High-frequency clicks used to hunt hide the presence of the animals.

Comenta

INTERPRETAÇÃO DE TEXTO

Segundo o texto, o golfinho do rio Ganges é uma das duas únicas espécies de água doce remanescentes na Terra. Mas a poluição, pescaria e barragens (*dams*) ameaçam destruí-lo completamente. Então, a engenheira acústica Sugimatsu e sua equipe desenvolveram um sistema de monitoramento sonar experimental debaixo da superfície da água escura. Bisbilhotando as vidas deles debaixo d'água, Sugimatsu acredita que poderá coletar dados sobre seu comportamento e alcance geográfico, dados que os preservacionistas poderão usar na sua luta para manter as espécies fora da extinção. Dessa forma, pode-se concluir que está correto o que se afirma em D: "As informações coletadas através do sonar podem salvar os golfinhos".

Resposta correta: (D)

35ª QUESTÃO

Why is the word eavesdrop used?

(A) Because researches will be able to keep the species living in the Ganges.

(B) Because scientists and dolphins can track each other through the murky water.

(C) Because dolphins can communicate and indicate the presence of scientists.

(D) Because researchers need to deal with obstacles.

(E) Because dolphins seem unaware of the interception of communication.

Comenta

INTERPRETAÇÃO DE TEXTO

A palavra *eavesdrop* (bisbilhotar, escutar secretamente) foi usada no texto "porque os golfinhos parecem não ter consciência (*unaware*) da intercepção de comunicação" (E), uma vez que, escutando secretamente (*by eavesdropping*) as vidas deles debaixo d'água, Sugimatsu acredita poder coletar dados sobre seu comportamento, o que deixa subentendido que os golfinhos não teriam consciência (*unawareness*) disso.

Resposta correta: (E)

REDAÇÃO

PRODUÇÃO DE TEXTO

Podemos observar, ao longo da história, o caráter inovador das artes e das ciências, em geral. Artes e ciências, no entanto, não abrem mão daquilo que já foi pensado. É a capacidade de lançar um olhar crítico e, ao mesmo tempo, inovador que determinará a originalidade dessa produção. Na arte, assim como na ciência, podemos dizer que há uma constante ressignificação, sem o que uma e outra (arte e ciência) deixariam de existir: é preciso inovar, sempre.

A busca pela novidade é quase uma imposição na maioria das sociedades, sendo mesmo uma cobrança do próprio indivíduo a si mesmo. Apesar de estarmos vivenciando constantes mudanças, é fácil perceber que o homem não está jamais satisfeito. A partir das ideias desencadeadas nesta prova, **produza um texto dissertativo-argumentativo discorrendo sobre a insatisfação quase perene que conduz a história da humanidade**. Em sua escrita, atente para as seguintes considerações:

1. privilegie a norma culta da língua portuguesa. Eventuais equívocos morfossintáticos, erros de regência, concordância, coesão e coerência, bem como desvios da grafia vigente e a não observância das regras de acentuação serão penalizados;

2. seu texto deverá ter entre 25 (vinte e cinco) a 30 (trinta) linhas.

A produção de texto DEVERÁ ser realizada no CADERNO DE SOLUÇÕES.

Comenta

A prova de Redação da 2ª fase do vestibular 2016 do Instituto Militar de Engenharia (IME) solicitou aos candidatos a elaboração de um texto dissertativo--argumentativo sobre "a insatisfação quase perene que conduz a história da humanidade".

Nesse sentido, o candidato deveria produzir um texto que apresentasse a estrutura com uma introdução, pelo menos dois parágrafos de desenvolvimento e um de conclusão.

Na introdução, há a necessidade de apresentar para o avaliador da redação que o aluno conhece bem o tema que foi proposto, fazendo uma contextualização sobre ele. Isso poderia ser feito com uma citação que confirme o fato de o homem estar sempre em constante busca por mudanças ou uma alusão histórica que apresente essa incessante busca. Assim, uma boa referência seria o psicanalista Sigmund Freud, o qual dizia que, dentre milhares de objetos que existem, não existe um objeto que satisfaça totalmente o ser humano. Ademais, o candidato deve preocupar-se em demonstrar o seu posicionamento, apresentando se a insatisfação será tratada de maneira positiva ou negativa. Uma boa sugestão seria abordar o tema de maneira positiva, mas apresentar que o excesso de insatisfação pode gerar situações deletérias.

Com isso, o desenvolvimento seria o espaço para o candidato consolidar sua argumentação em defesa desse ponto de vista apresentado na introdução. Logo, seria necessário apresentar como a insatisfação pode tirar o ser humano de um estado de inércia, estimulando-o a modificar situações problemáticas. Uma exemplificação sobre isso seria o fato de a insatisfação política com a situação de crise brasileira ter motivado uma quantidade de manifestações contra os problemas sociais e políticos vigentes no país. Para isso, é interessante o uso de um repertório ilustrativo de informações atuais, como a ocupação de escolas ocorrida em São Paulo e em Fortaleza ou as manifestações sociais ocorridas em 2013. Além disso, a insatisfação com resultados pode ser um modificador na vida de muitas pessoas, servindo como estímulo para mudanças no âmbito profissional, educacional ou esportivo. Isso pode ser exemplificado com atletas que conseguiram obter êxito e conquistas recentes nas Olimpíadas, superando situações de crises pessoais, ou pessoas que se sentem insatisfeitas com a situação econômica em que vivem e conseguem ascender social e profissionalmente. Por fim, a constante insatisfação gerou a descoberta da cura para várias doenças e mudanças científicas que tiveram imprescindível relevância para a sociedade.

Outrossim, o aluno poderia fazer uma contra-argumentação mostrando que, em casos especiais, quando essa insatisfação chega ao excesso, há a ocorrência de problemas para o indivíduo. Com isso, a profunda insatisfação pode gerar problemas psicológicos graves, como a depressão e, em casos extremos, o suicídio, fato este que tem aumentado drasticamente na nossa sociedade. Ademais, a insatisfação excessiva pode ser gerada pelo uso demasiado das redes sociais ou por um apelo exagerado da mídia, com propagandas apelativas. Com essas situações, muitas pessoas tentam mostrar, em suas redes sociais, estados permanentes de felicidade, muitas vezes relacionados ao consumo desenfreado de bens materiais. Com isso, muitas pessoas, ao verem ser impossível alcançar aquele estado de "felicidade", podem se colocar em uma situação de insatisfação geradora de prejuízos psicológicos e sociais (com um possível isolamento social). Além disso, o excesso de propagandas ou a veiculação da imagem de felicidade atrelada a bens de consumo feita pela mídia pode gerar uma insatisfação em pessoas com um senso crítico não tão bem desenvolvido, acarretando, inclusive, um endividamento por consumo demasiado.

Por fim, o parágrafo de conclusão cumpre o papel de retomar a tese e a argumentação desenvolvida no texto, sendo necessário elaborar uma síntese do que foi discutido com o fito de ratificar a opinião defendida. Outra forma possível de concluir o texto seria apresentando uma sintética proposta de solução para a problemática da insatisfação excessiva. Para isso, poderiam ser implementadas ações midiáticas que estimulem o âmbito positivo da insatisfação, apresentando casos de superação de adversidades estimuladas pela insatisfação. Outrossim, as famílias e as escolas poderiam incentivar o sentimento de inovação nos jovens propagando que a felicidade não está restritamente atrelada ao consumo de bens materiais, incentivando, assim, uma maior participação política e um maior aprofundamento nos estudos como forma de modificação de situações sociais.

GRÁFICA FB – 9/1/2017 – REV.: AMÉLIA

ANOTAÇÕES