

---

# ITA – 2017

---

## 1º DIA

Física .....3

## 2º DIA

Língua Inglesa..... 24

Língua Portuguesa..... 36

Redação..... 49

## 3º DIA

Matemática ..... 50

## 4º DIA

Química..... 76



FÍSICA

**Questão 1.** Ondas gravitacionais foram previstas por Einstein em 1916 e diretamente detectadas pela primeira vez em 2015. Sob determinadas condições, um sistema girando com velocidade angular  $w$  irradia tais ondas com potência proporcional a  $Gc^\beta Q^\gamma w^\delta$ , em que  $G$  é a constante de gravitação universal;  $c$ , a velocidade da luz e  $Q$ , uma grandeza que tem unidade em  $\text{kg}\cdot\text{m}^2$ . Assinale a opção correta.

A ( )  $\beta = -5, \gamma = 2, e \delta = 6$

D ( )  $\beta = 0 \gamma = 1, e \delta = 3$

B ( )  $\beta = -3/5, \gamma = 4/3, e \delta = 4$

E ( )  $\beta = -10, \gamma = 3, e \delta = 9$

C ( )  $\beta = -10/3, \gamma = 5/3, e \delta = 5$



ANÁLISE DIMENSIONAL

Pot = K · G · C<sup>β</sup> · Q<sup>γ</sup> · ω<sup>δ</sup>, onde **K** é adimensional. As dimensões das grandezas da expressão são dadas por:

$$\left[ \frac{\text{Energia}}{\text{tempo}} \right] : \left[ \frac{\text{L}^3}{\text{M} \cdot \text{T}^2} \right] \left[ \frac{\text{L}}{\text{T}} \right]^\beta \left[ \text{M} \cdot \text{L}^2 \right]^\gamma \left[ \frac{1}{\text{T}} \right]^\delta$$

$$(\text{ML}^2\text{T}^{-3}) : \text{L}^{3+\beta+2\gamma} \times \text{M}^{-1+\delta} \times \text{T}^{-2-\beta-\delta}$$

Assim:

M:  $1 = -1 + \delta \rightarrow \delta = 2$ .

L:  $2 = 3 + \beta + 2\gamma \rightarrow \beta = -5$

T:  $-3 = -2 - \beta - \delta \rightarrow \delta = 6$

**Resposta correta: (A)**

**Questão 2.** Um bastão rígido e uniforme, de comprimento  $L$ , toca os pinos  $P$  e  $Q$  fixados numa parede vertical, interdistantes de  $a$ , conforme a figura. O coeficiente de atrito entre cada pino e o bastão é  $\mu$ , e o ângulo deste com a horizontal é  $\alpha$ . Assinale a condição em que se torna possível o equilíbrio estático do bastão.

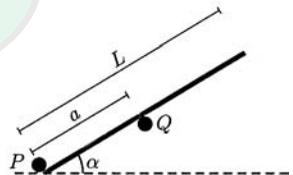
A ( )  $L \geq a(1 + \tan \alpha / \mu)$

B ( )  $L \geq a(-1 + \tan \alpha / \mu)$

C ( )  $L \geq a(1 + \tan \alpha / 2\mu)$

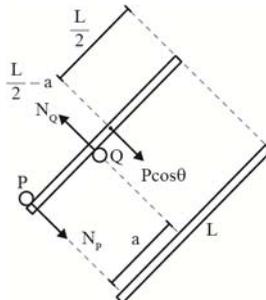
D ( )  $L \geq a(-1 + \tan \alpha / 2\mu)$

E ( )  $L \geq a(1 + \tan \alpha / \mu) / 2$



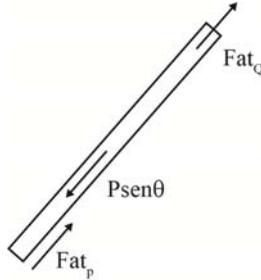
ESTÁTICA

Considerando  $a < \frac{L}{2}$



$$\sum \mathcal{G}_\theta = 0 \rightarrow N_p \cdot d = P_{\cos\theta} \cdot \left(\frac{L}{2} - a\right) \rightarrow \boxed{N_p = \frac{P}{a} \cdot \cos\theta \left(\frac{L}{2} - a\right)}$$

$$\sum \mathcal{G}_p = 0 \rightarrow N_\theta \cdot a = P_{\cos\theta} \cdot \frac{L}{2} \rightarrow \boxed{N_\theta = \frac{P \cos\theta L}{a \cdot 2}}$$



Assim:

$$F_{atp} + F_{atQ} = P \cdot \text{sen}\theta$$

$$\boxed{\mu(N_p + N_\theta) = mg \text{ sen}\theta}$$

Logo:

$$\mu \left[ \frac{P}{a} \cos\theta \left(\frac{L}{2} - a\right) + \frac{P}{a} \cos\theta \frac{L}{2} \right] = mg \cdot \text{sen}\theta$$

$$\mu \cdot \frac{mg \cos\theta}{a} \left[ \frac{L}{2} - a + \frac{L}{2} \right] = mg \text{ sen}\theta$$

$$\mu(L - a) = a \cdot \text{tg}\theta$$

$$\mu L - \mu a = a \text{Tg}\theta$$

$$\mu L = a \text{Tg}\theta + \mu a$$

$$\boxed{L = a \left( \frac{\text{Tg}\theta}{\mu} + 1 \right)} \text{ sendo } F_{At,\text{máx}} \leq \mu \cdot N$$

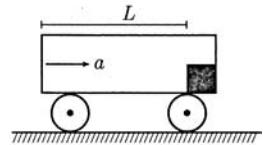
Concluimos

$$\boxed{L \geq a \left( \frac{\text{Tg}\theta}{\mu} + 1 \right)}$$

**Resposta correta: (A)**

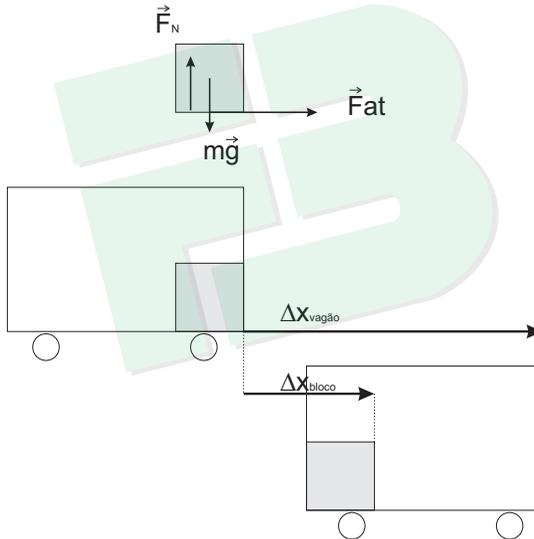
Questão 3. Na figura, o vagão move-se a partir do repouso sob a ação de uma aceleração  $a$  constante. Em decorrência, desliza para trás o pequeno bloco apoiado em seu piso de coeficiente de atrito  $\mu$ . No instante em que o bloco percorrer a distância  $L$ , a velocidade do bloco, em relação a um referencial externo, será igual a

- A ( )  $g\sqrt{L}/\sqrt{a - \mu g}$
- B ( )  $g\sqrt{L}/\sqrt{a + \mu g}$
- C ( )  $\mu g\sqrt{L}/\sqrt{a - \mu g}$
- D ( )  $\mu g\sqrt{2L}/\sqrt{a - \mu g}$
- E ( )  $\mu g\sqrt{2L}/\sqrt{a + \mu g}$



DINÂMICA

Análise das forças nos sistemas mecânicos: vagão e bloco



Cinemática do vagão em relação à Terra:

$$\Delta x_{\text{vagão}} = \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

Cinemática do bloco em relação à Terra:

$$\Delta x_{\text{bloco}} = \frac{1}{2} a_{\text{bloco}} \cdot t^2 = \frac{1}{2} \mu \cdot g \cdot t^2$$

Quando o vagão se desloca L em relação ao bloco:

$$\Delta x_{\text{vagão}} - \Delta x_{\text{bloco}} = L$$

$$\frac{1}{2} a \cdot t^2 - \frac{1}{2} \mu \cdot g \cdot t^2 = L$$

$$t^2 = \frac{2L}{a - \mu \cdot g}$$

$$t = \frac{\sqrt{2L}}{\sqrt{a - \mu \cdot g}}$$

Velocidade do bloco nesse instante:

$$v_{\text{bloco}} = a_{\text{bloco}} t = \mu g \frac{\sqrt{2L}}{\sqrt{a - \mu \cdot g}} = \mu g \sqrt{2L} / \sqrt{a - \mu \cdot g}$$

**Resposta correta: (D)**

**Questão 4.** Carregada com um potencial de 100 V, flutua no ar uma bolha de sabão condutora de eletricidade, de 10 cm de raio e  $3,3 \times 10^{-6}$  cm de espessura. Sendo a capacitância de uma esfera condutora no ar proporcional ao seu raio, assinale o potencial elétrico da gota esférica formada após a bolha estourar.

- A ( ) 6 kV      B ( ) 7 kV      C ( ) 8 kV      D ( ) 9 kV      E ( ) 10 kV



**ELETRÓSTÁTICA**

**Situação 1:**

A capacitância de uma esfera é dada por:

$$C = 4\pi\epsilon_0 \cdot R$$

Vamos chamar esta constante de A.

$$C = A \cdot R \rightarrow C_0 = A r_0$$

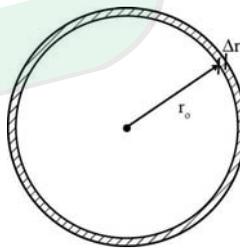
**Situação 2:**

Para encontrar o novo raio, façamos conservação de volume:

$$\cancel{4\pi} r^2 \cdot \Delta r = \frac{\cancel{4\pi}}{3} \cdot r^3$$

$$r^3 = 3r^2 \cdot \Delta r \therefore r = (3 \cdot 100 \cdot 3,3 \cdot 10^{-6})^{1/3} \text{ cm}$$

$$r = 10^{-1} \text{ cm}$$



A nova capacitância será dada por:  $C = Ar$

$$\frac{C_0}{r_0} = \frac{C}{r} \therefore C = C_0 \cdot \frac{r}{r_0} \Rightarrow \frac{C}{V} = \frac{C_0}{V_0} \cdot \frac{r}{r_0}$$

$$V = V_0 \cdot \left(\frac{r_0}{r}\right) = 100V \left(\frac{10 \text{ cm}}{10^{-1} \text{ cm}}\right) = 10 \text{ kV}$$

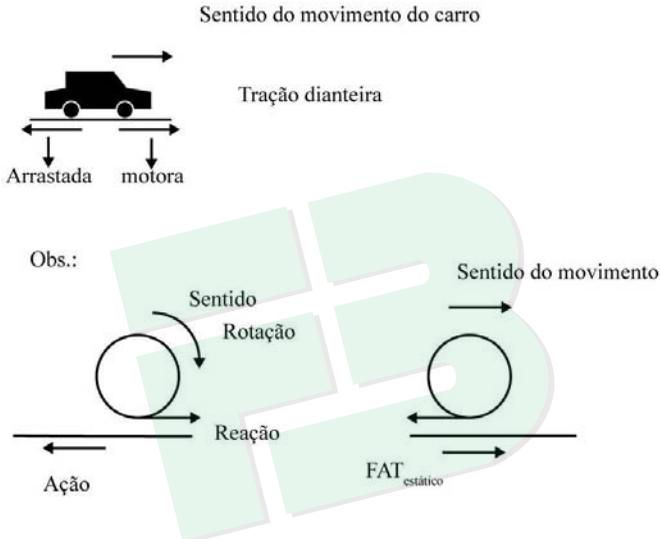
**Resposta correta: (E)**

**Questão 5.** Considere um automóvel com tração dianteira movendo-se aceleradamente para a frente. As rodas dianteiras e traseiras sofrem forças de atrito respectivamente para:

- A ( ) frente e frente.                      C ( ) trás e frente.                      E ( ) frente e não sofrem atrito.  
 B ( ) frente e trás.                          D ( ) trás e trás.



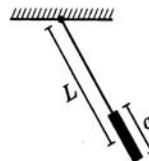
**FORÇA DE ATRITO**



**Resposta correta: (B)**

**Questão 6.** Na figura, um tubo fino e muito leve, de área de seção reta  $S$  e comprimento  $a$ , encontra-se inicialmente cheio de água de massa  $M$  e massa específica  $\rho$ . Graças a uma haste fina e de peso desprezível, o conjunto forma um pêndulo simples de comprimento  $L$  medido entre o ponto de suspensão da haste e o centro de massa inicial da água. Posto a oscilar, no instante inicial começa a pingar água pela base do tubo a uma taxa constante  $r = -\Delta M/\Delta t$ . Assinale a expressão da variação temporal do período do pêndulo.

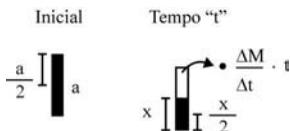
- A ( )  $2\pi\sqrt{L}/\sqrt{g}$   
 B ( )  $2\pi\sqrt{\rho LS - \tau t}/\sqrt{\rho Sg}$   
 C ( )  $2\pi\sqrt{\rho LS + \tau t}/\sqrt{\rho Sg}$   
 D ( )  $2\pi\sqrt{2\rho LS - \tau t}/\sqrt{2\rho Sg}$   
 E ( )  $2\pi\sqrt{2\rho LS + \tau t}/\sqrt{2\rho Sg}$





MHS E SISTEMA DE MASSA VARIÁVEL

Analisando duas situações: a inicial e a de um tempo genérico  $t$



O centro de massa deslocado  $\frac{a-x}{2} = K$ .

Podemos encontrar  $x$  pela equação da massa (perca).

$$\rho s x = \rho s a + \frac{\Delta M}{\Delta t} \cdot t \Rightarrow K = \frac{a' - \frac{\Delta M}{\Delta t} \cdot t - a'}{2 \rho s}$$

$$K = \frac{\Delta M}{\Delta t} \frac{t}{2 \rho s} \Rightarrow \boxed{K = \frac{rt}{2 \rho s}}$$

O período de um pêndulo simples é dado pela seguinte expressão  $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$ ; onde:

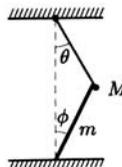
$L$  é a distância até o centro de massa.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L + Rk}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{L + \frac{rt}{2\rho s}}{g}} \Rightarrow 2\pi \sqrt{\frac{2\rho s L + rt}{2\rho s g}}$$

Resposta correta: (E)

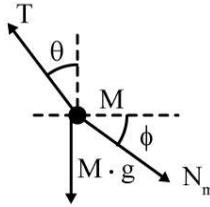
**Questão 7.** Na figura, a extremidade de uma haste delgada livre, de massa  $m$  uniformemente distribuída, apoia-se sem atrito sobre a massa  $M$  do pêndulo simples. Considerando o atrito entre a haste e o piso, assinale a razão  $M/m$  para que o conjunto permaneça em equilíbrio estático.

- A ( )  $\tan \phi / 2 \tan \theta$
- B ( )  $(1 - \tan \phi) / 4 \operatorname{sen} \theta \cos \phi$
- C ( )  $(\operatorname{sen} 2\phi \cot \theta - 2 \operatorname{sen}^2 \theta) / 4$
- D ( )  $(\operatorname{sen} \phi \cot \theta - 2 \operatorname{sen}^2 2\theta) / 4$
- E ( )  $(\operatorname{sen} 2\phi \cot \theta - \operatorname{sen}^2 \theta) / 4$





ESTÁTICA



$$\sum F_x = 0 \therefore T \operatorname{sen} \theta = N_m \cos \phi \quad (I) \therefore T = \frac{N_m \cos \phi}{\operatorname{sen} \theta}$$

$$\sum F_y = 0$$

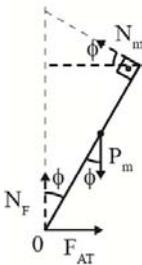
$$T \cos \theta - Mg - N_m \operatorname{sen} \phi = 0 \quad (II)$$

Subst. (II) em (I) temos:

$$\frac{N_m \cdot \cos \phi \cdot \cos \theta}{\operatorname{sen} \theta} - Mg - N_m \operatorname{sen} \phi = 0 \quad (I)^*$$

$$N_m \left( \frac{\cos \phi}{\operatorname{tg} \theta} - \operatorname{sen} \phi \right) = Mg$$

(I)\*\*



$$\sum F_x = 0$$

$$N_m \cdot \cos \phi = F_{AT} \quad (III)$$

$$\sum M_0 = 0$$

$$P_m \cdot \frac{\ell}{2} \operatorname{sen} \phi = N_m \cdot \ell$$

$$N_m = \frac{mg \operatorname{sen} \phi}{2} \quad (IV)$$

Subst. (IV) em (III) temos:

$$F_{AT} = \frac{mg \cdot \cos \phi}{2} \cdot \cos \phi = \frac{mg \cdot \operatorname{sen} 2\phi}{4} \quad (V)$$

Subst. (IV) em (I)\*\*

$$\frac{mg \operatorname{sen} \phi}{2} \left( \frac{\cos \phi}{\operatorname{tg} \theta} - \operatorname{sen} \phi \right) = Mg$$

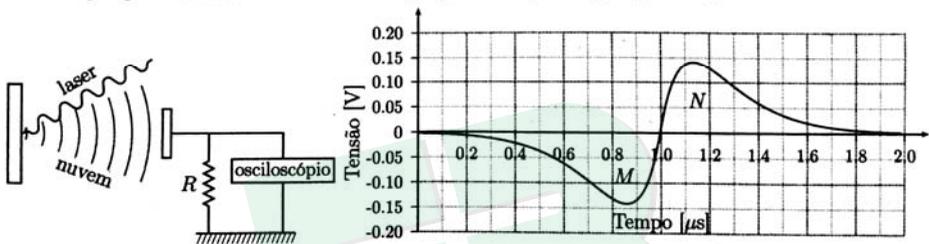
$$\frac{M}{m} = \frac{1}{4} (\operatorname{sen} 2\phi \cdot \cot \theta - 2\operatorname{sen}^2 \phi)$$

Considerando que o  $F_{AT}$  é suficiente, isto é, o valor do coeficiente de atrito satisfaz a condição de equilíbrio.

Não existe alternativa correta.

**Questão 8.** Em um experimento no vácuo, um pulso intenso de laser incide na superfície de um alvo sólido, gerando uma nuvem de cargas positivas, elétrons e átomos neutros. Uma placa metálica, ligada ao terra por um resistor  $R$  de  $50 \Omega$ , é colocada a 10 cm do alvo e intercepta parte da nuvem, sendo observado no osciloscópio o gráfico da variação temporal da tensão sobre o resistor. Considere as seguintes afirmativas:

- I. A área indicada por  $M$  no gráfico é proporcional à carga coletada de elétrons, e a indicada por  $N$  é proporcional à de cargas positivas coletadas.
- II. A carga total de elétrons coletados que atinge a placa é aproximadamente do mesmo valor (em módulo) que a carga total de cargas positivas coletadas, e mede aproximadamente  $1 \text{ nC}$ .
- III. Em qualquer instante a densidade de cargas positivas que atinge a placa é igual à de elétrons.



Esta(ão) correta(as) apenas

A ( ) I.

B ( ) II.

C ( ) III.

D ( ) I e II.

E ( ) II e III.



ELETRICIDADE

I. Como temos um resistor, a tensão é diretamente proporcional à corrente ( $V = RI$ ). Desta maneira, o gráfico da corrente terá o mesmo formato do da tensão, sendo corrigido por um fator  $\frac{1}{50}$  devido à resistência ( $R = 50 \Omega$ ).

Sabe-se que a carga elétrica é igual à integral num gráfico  $I \times t$  ( $\int I dt$ ), que por sua vez é numericamente igual à área do gráfico. Como  $M$  é negativo, equivale a parte dos elétrons, e a parte positiva ( $N$ ) equivale a parte de cargas positivas. **Verdadeira.**

II. A carga total em cada ciclo pode ser estimada da área dos gráficos ( $v \times t$ ) multiplicando-se por  $\frac{1}{50}$ .

Desta maneira, obtemos aproximadamente  $1 \text{ nC}$ . A carga do ciclo positivo é igual a do negativo pela simetria. afirmativa **verdadeira.**

III. A densidade das cargas varia conforme o valor da tensão, logo está **errada.**

Resposta correta: (D)

**Questão 9.** Uma placa é feita de um metal cuja função trabalho  $W$  é menor que  $h\nu$ , sendo  $\nu$  uma frequência no intervalo do espectro eletromagnético visível e  $h$  a constante de Planck. Deixada exposta, a placa interage com a radiação eletromagnética proveniente do Sol absorvendo uma potência  $P$ . Sobre a ejeção de elétrons da placa metálica nesta situação é correto afirmar que os elétrons

- A ( ) não são ejetados instantaneamente, já que precisam de um tempo mínimo para acúmulo de energia.
- B ( ) podem ser ejetados instantaneamente com uma mesma energia cinética para qualquer elétron.
- C ( ) não podem ser ejetados pois a placa metálica apenas reflete toda a radiação.
- D ( ) podem ser ejetados instantaneamente, com energia que depende da frequência da radiação absorvida e da energia do elétron no metal.
- E ( ) não podem ser ejetados instantaneamente e a energia cinética após a ejeção depende da frequência da radiação absorvida e da energia do elétron no metal.



EFEITO FOTOELÉTRICO

d)

$$E_{c_{\max}} = hf - \phi$$

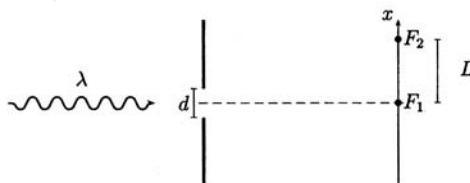
↑  
Função trabalho  
(depende do metal)

De acordo com Planck, a radiação eletromagnética é composta por fóton (pacotes de energia), onde a energia é quantizada, dada por:  $E = hf$ , onde  $h$  é a constante de Planck e  $f$  é a frequência da radiação. Dada a relação 1 fóton para 1 elétron ejetado, se o fóton possuir a energia suficiente para retirar o elétron.

**Resposta correta: (D)**

**Questão 10.** A figura mostra dois anteparos opacos à radiação, sendo um com fenda de tamanho variável  $d$ , com centro na posição  $x = 0$ , e o outro com dois fotodetectores de intensidade da radiação, tal que  $F_1$  se situa em  $x = 0$  e  $F_2$ , em  $x = L > 4d$ . No sistema incide radiação eletromagnética de comprimento de onda  $\lambda$  constante. Num primeiro experimento, a relação entre  $d$  e  $\lambda$  é tal que  $d \gg \lambda$ , e são feitas as seguintes afirmativas: **I.** Só  $F_1$  detecta radiação. **II.**  $F_1$  e  $F_2$  detectam radiação. **III.**  $F_1$  não detecta e  $F_2$  detecta radiação. Num segundo experimento,  $d$  é reduzido até à ordem do comprimento de  $\lambda$  e, neste caso, são feitas estas afirmativas: **IV.**  $F_2$  detecta radiação de menor intensidade que a detectada em  $F_1$ . **V.** Só  $F_1$  detecta radiação. **VI.** Só  $F_2$  detecta radiação. Assinale as afirmativas possíveis para a detecção da radiação em ambos os experimentos.

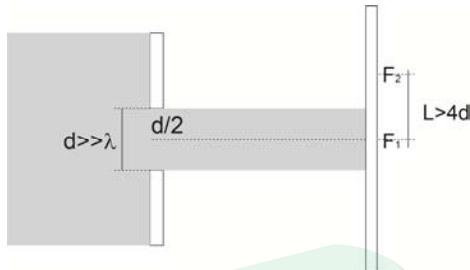
- A ( ) I, II e IV
- B ( ) I, IV e V
- C ( ) II, IV e V
- D ( ) III, V e VI
- E ( ) I, IV e VI



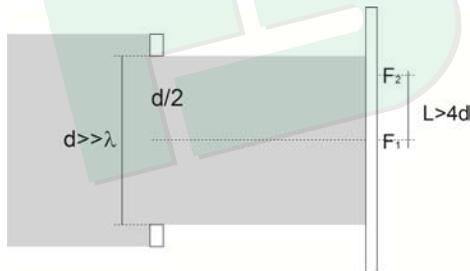
ÓPTICA FÍSICA

No primeiro experimento, não se observam efeitos de difração porque  $d \gg \lambda$  :

- **Afirmativa I (possível):** Para que apenas  $F_1$  consiga detectar a radiação,  $d/2$  deve ser menor que  $L$ , conforme a figura:



- **Afirmativa II (impossível):** Para que  $F_1$  e  $F_2$  detectem a radiação,  $d/2$  deve ser maior do que  $L$ , o que implicaria  $\frac{d}{2} > L \rightarrow L < \frac{d}{2}$ . Tal fato contradiz o enunciado, o qual indica que:  $L > 4d$ .



- **Afirmativa III (impossível):** Não é possível observar um experimento em que  $F_1$  não detecte e  $F_2$  detecte a radiação, se  $F_1$  está em  $x = 0$ .

No segundo experimento,  $d$  possui a mesma ordem de grandeza de  $\lambda$ . Com isso, observa-se difração.

Dependendo do ângulo, na difração, podemos observar interferência construtiva ou destrutiva:

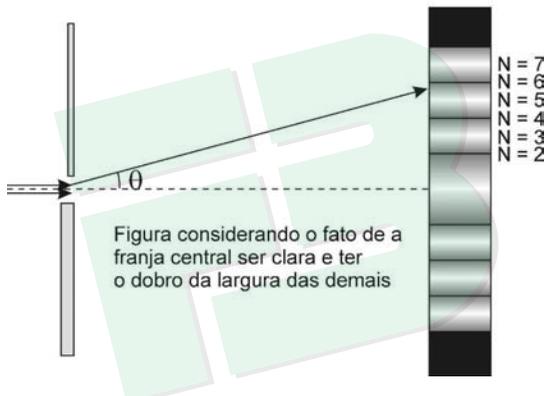
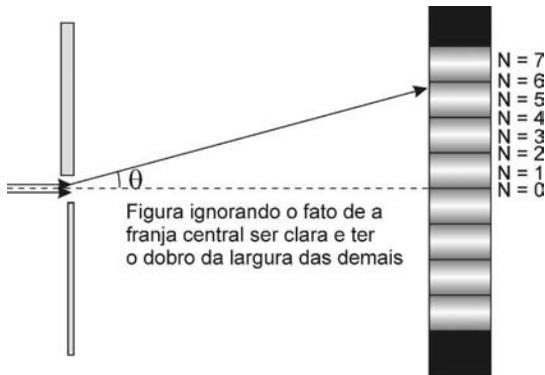
$$\text{sen}\theta = N \frac{\lambda}{2d}$$

Onde  $d$  corresponde à largura da fenda.

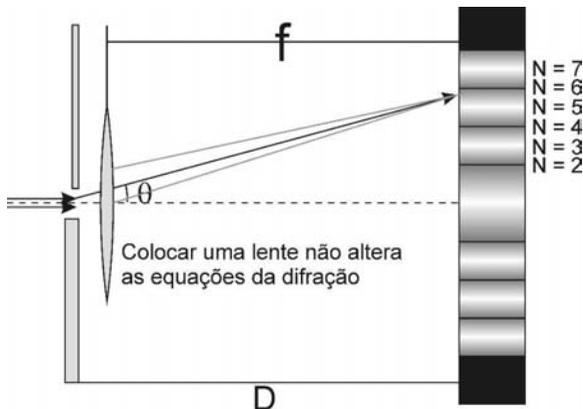
Para  $N = \text{ímpar}$ , esperamos interferência construtiva e para  $N = \text{par}$ , destrutiva.

Contudo, observa-se na região central ( $N = 0$ ) um ponto de máximo, por conta da incidência direta da luz. Assim, a franja clara central tem o dobro da largura das demais franjas claras, inexistindo uma franja escura central.

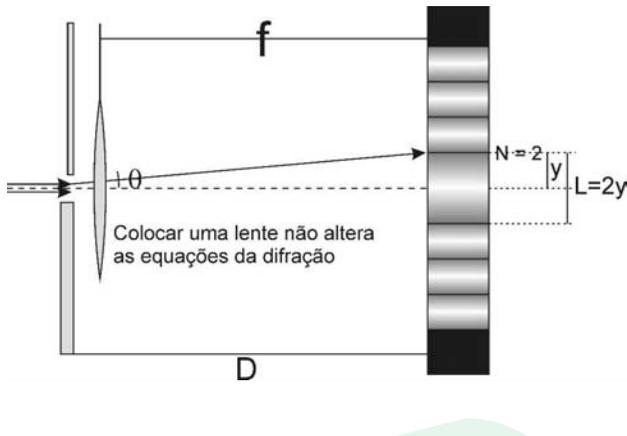
Por isso, não fazemos uso de  $N = 0$  ou  $N = 1$ .



Observe-se ainda que fazer uso de uma lente convergente não altera o resultado das equações da difração estudadas:



Finalmente, podemos obter o valor da largura da franja central aproximando  $\text{sen}\theta \cong \text{tg}\theta$  :



Logo,  $L = 2\lambda D/d$  corresponde à largura da franja clara central.

A largura das demais franjas corresponde à metade desse valor.

- **Afirmativa IV (possível):** A franja central de  $F_1$  é aquela em que se observa maior intensidade, podendo ocorrer uma intensidade menor em  $F_2$ .
- **Afirmativa V (possível):**  $F_1$  irá ocupar a franja central, podendo ocorrer um ponto de mínima intensidade em  $F_2$ .
- **Afirmativa VI (impossível):**  $F_1$  irá ocupar a franja central, sempre recebendo radiação.

**Resposta correta: (B)**

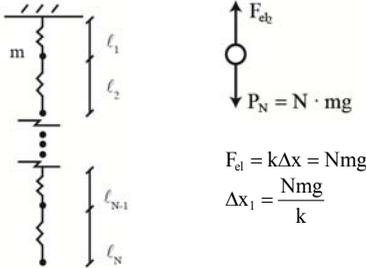
**Questão 11.** Um sistema é constituído por uma sequência vertical de  $N$  molas ideais interligadas, de mesmo comprimento natural  $\ell$  e constante elástica  $k$ , cada qual acoplada a uma partícula de massa  $m$ . Sendo o sistema suspenso a partir da mola 1 e estando em equilíbrio estático, pode-se afirmar que o comprimento da

- A ( ) mola 1 é igual a  $\ell + (N - 1)mg/k$ .
- B ( ) mola 2 é igual a  $\ell + Nmg/k$ .
- C ( ) mola 3 é igual a  $\ell + (N - 2)mg/k$ .
- D ( ) mola  $N - 1$  é igual a  $\ell + mg/k$ .
- E ( ) mola  $N$  é igual a  $\ell$ .



DINÂMICA

Na mola 1 temos no equilíbrio:



Assim teremos:

$$l_1 = l + \Delta x_1 = l + \frac{Nmg}{k}$$

Pela mesma lógica, teremos:

$$l_2 = l + (N-1) \frac{mg}{k} \therefore l_3 = l + (N-2) \frac{mg}{k}$$

$$l_{N-1} = l + \frac{2mg}{k} \therefore l_N = l + \frac{mg}{k}$$

Resposta correta: (C)

**Questão 12.** Elétrons com energia cinética inicial de 2 MeV são injetados em um dispositivo (bétatron) que os acelera em uma trajetória circular perpendicular a um campo magnético cujo fluxo varia a uma taxa de 1000 Wb/s. Assinale a energia cinética final alcançada pelos elétrons após 500 000 revoluções.

A ( ) 498 MeV

D ( ) 504 MeV

B ( ) 500 MeV

E ( ) 506 MeV

C ( ) 502 MeV



ELETROMAGNETISMO

Pela lei de Faraday, temos:

$$\varepsilon = - \frac{\Delta\phi}{\Delta t}$$

Para N revoluções  $\Rightarrow |\varepsilon| = N \cdot \frac{\Delta\phi}{\Delta t}$

Logo, pelo Teorema da Energia Cinética:

$$\begin{aligned} \mathcal{C} &= \Delta E_C \\ q \cdot \varepsilon &= E_C - E_{C_0} \\ e \cdot N \cdot \frac{\Delta\phi}{\Delta t} &= E_C - \underbrace{E_{C_0}}_{2\text{MeV}} \\ \underbrace{500 \cdot 10^3 \cdot 10^5 \text{ eV}}_M & \end{aligned}$$

Logo:  $500 \text{ MeV} = E_C - 2\text{MeV}$

$$E_C = 502 \text{ MeV}$$

Resposta correta: (C)

**Questão 13.** Uma carga  $q$  de massa  $m$  é solta do repouso num campo gravitacional  $g$  onde também atua um campo de indução magnética uniforme de intensidade  $B$  na horizontal. Assinale a opção que fornece a altura percorrida pela massa desde o repouso até o ponto mais baixo de sua trajetória, onde ela fica sujeita a uma aceleração igual e oposta à que tinha no início.

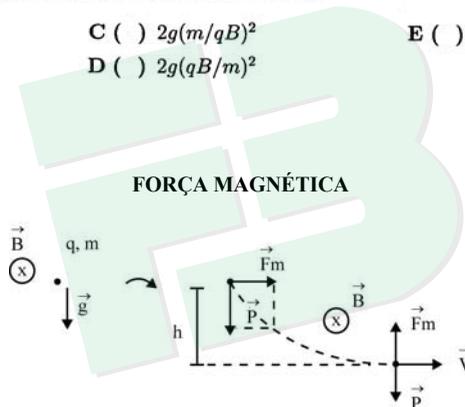
A ( )  $g(m/qB)^2$

C ( )  $2g(m/qB)^2$

E ( )  $g(m/qB)^2/2$

B ( )  $g(qB/m)^2$

D ( )  $2g(qB/m)^2$



Por energia, temos:

$$mgh = m \frac{V^2}{2} \rightarrow V = \sqrt{2gh} \quad \text{(I)}$$

No ponto mais baixo

$$F_M - P = m \cdot g \quad \text{Citado no enunciado}$$

$$qBV - mg = mg \quad \text{(I)}$$

$$qBV = 2mg$$

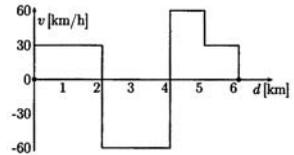
$$(qB\sqrt{2gh})^2 = (2mg)^2$$

$$q^2 B^2 \cdot 2gh = 4m^2 g^2 \rightarrow h = 2g \cdot \left(\frac{m}{qB}\right)^2$$

Resposta correta: (C)

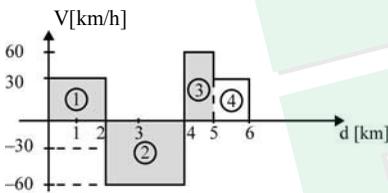
**Questão 14.** Um automóvel percorre um trecho retilíneo de uma rodovia. A figura mostra a velocidade do carro em função da distância percorrida, em km, indicada no odômetro. Sabendo que a velocidade escalar média no percurso é de 36 km/h, assinale respectivamente o tempo total dispendido e a distância entre os pontos inicial e final do percurso.

- A ( ) 9 min e 2 km.
- B ( ) 10 min e 2 km.
- C ( ) 15 min e 2 km.
- D ( ) 15 min e 3 km.
- E ( ) 20 min e 2 km.

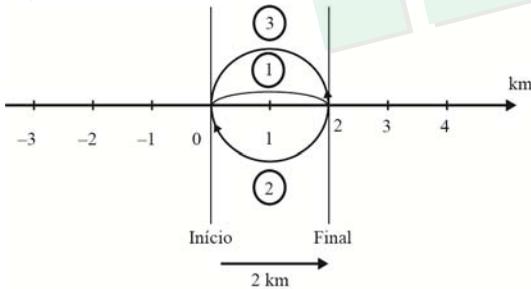


CINEMÁTICA (GRÁFICO)

$V_{\text{média}} = 36 \text{ km/h}$



Distância



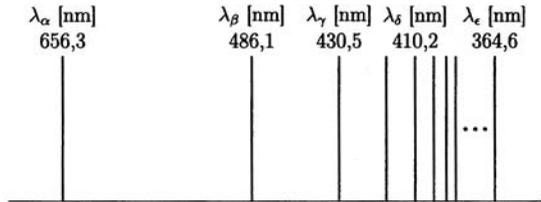
Analisando a distância total percorrida pela velocidade escalar média.

$$V = \frac{\Delta S}{\Delta t} \rightarrow \Delta t = \frac{\Delta S}{V} = \frac{6 \cdot \overset{h \rightarrow \text{min}}{60}}{36} = 10 \text{ min}$$

$\Delta S \rightarrow$  Distância total percorrida.

Resposta correta: (B)

Questão 15. Num experimento que mede o espectro de emissão do átomo de hidrogênio, a radiação eletromagnética emitida pelo gás hidrogênio é colimada por uma fenda, passando a seguir por uma rede de difração. O espectro obtido é registrado em chapa fotográfica, cuja parte visível é mostrada na figura.

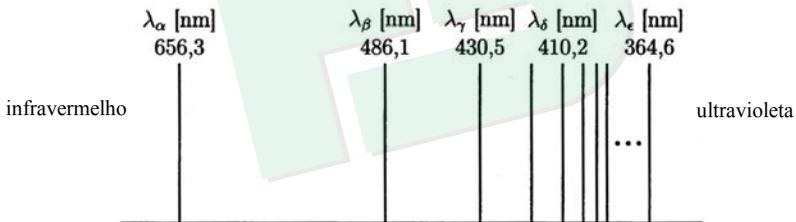


Pode-se afirmar que

- A ( ) O modelo de Bohr explica satisfatoriamente as linhas do espectro visível do átomo de Hidrogênio.
- B ( ) Da esquerda para a direita as linhas correspondem a comprimentos de onda do violeta ao vermelho.
- C ( ) O espaçamento entre as linhas adjacentes decresce para um limite próximo ao infravermelho.
- D ( ) As linhas do espectro encontrado são explicadas pelo modelo de Rutherford.
- E ( ) Balmer obteve em 1885 a fórmula empírica para o comprimento de onda:  $\lambda = R \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right)$ , em que  $n = 3, 4 \dots$  e  $R$  é a constante de Rydberg.



FÍSICA MODERNA



- O item A está correto, pois este foi o modelo mais aceitado na época, tendo em vista que explica satisfatoriamente, as linhas no espectro visível (para átomo de hidrogênio).
- O item B está falso, pois da esquerda para a direita, as linhas correspondem aos comprimentos do vermelho ao violeta.
- O item C está falso, pois espaçamento entre as linhas adjacentes decresce para um limite próximo ao ultravioleta.
- O item D está falso, pois tal modelo é proposto por Bohr e não Rutherford.
- O item E está falso, pois a expressão correta seria  $\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right)$ .

Resposta correta: (A)

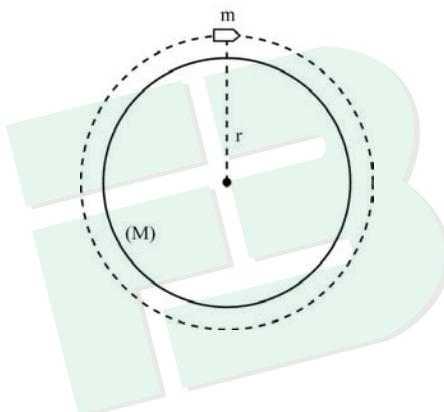
**Questão 16.** Com os motores desligados, uma nave executa uma trajetória circular com período de 5400 s próxima à superfície do planeta em que orbita. Assinale a massa específica média desse planeta.

- A ( ) 1,0 g/cm<sup>3</sup>
- B ( ) 1,8 g/cm<sup>3</sup>
- C ( ) 2,4 g/cm<sup>3</sup>
- D ( ) 4,8 g/cm<sup>3</sup>
- E ( ) 20,0 g/cm<sup>3</sup>



**GRAVITAÇÃO**

A resultante centrípeta é igual a própria força gravitacional.



$$\frac{GMm}{r^2} = m \cdot \omega^2 r$$

$$\frac{G \cdot M}{r^3} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \cdot \frac{M}{4\pi r^3} = \frac{3 \cdot \pi}{T^2} \cdot \frac{1}{G}$$

$$\rho = \frac{3 \cdot \pi}{(5400)^2 \cdot 6,7 \cdot 10^{-11}} = 4,8 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 4,8 \text{ g/cm}^3$$

**Resposta correta: (D)**

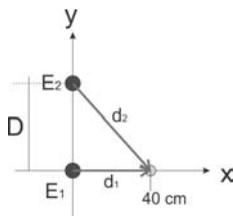
**Questão 17.** Um emissor  $E_1$  de ondas sonoras situa-se na origem de um sistema de coordenadas e um emissor  $E_2$ , num ponto do seu eixo  $y$ , emitindo ambos o mesmo sinal de áudio senoidal de comprimento de onda  $\lambda$ , na frequência de 34 kHz. Mediante um receptor  $R$  situado num ponto do eixo  $x$  a 40 cm de  $E_1$ , observa-se a interferência construtiva resultante da superposição das ondas produzidas por  $E_1$  e  $E_2$ . É igual a  $\lambda$  a diferença entre as respectivas distâncias de  $E_2$  e  $E_1$  até  $R$ . Variando a posição de  $E_2$  ao longo de  $y$ , essa diferença chega a  $10\lambda$ . As distâncias (em centímetros) entre  $E_1$  e  $E_2$  nos dois casos são

- A ( ) 9 e 30.
- B ( ) 1 e 10.
- C ( ) 12,8 e 26,4.
- D ( ) 39 e 30.
- E ( ) 12,8 e 128



ONDULATÓRIA

Na situação inicial,



$$d_2 - d_1 = \lambda$$

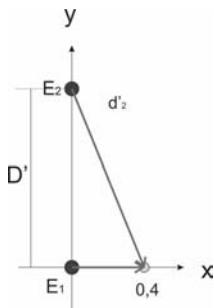
$$d_2 - 0,4 = \lambda$$

Por Pitágoras,  $d_2 = \sqrt{D^2 + 0,4^2}$

Logo

$$\sqrt{D^2 + 0,4^2} - 0,4 = \lambda \quad (\text{equação 1})$$

Na situação final,



$$d'_2 - d'_1 = 10\lambda$$

Por Pitágoras,  $d'_2 = \sqrt{D'^2 + 0,4^2}$

Logo

$$\sqrt{D'^2 + 0,4^2} - 0,4 = 10\lambda \quad (\text{equação 2})$$

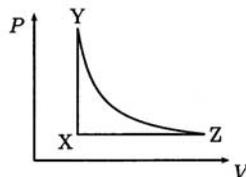
Substituindo  $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{340}{34000} = 0,01 \text{ m}$  nas equações 1 e 2, temos o seguinte sistema:

$$\begin{cases} \sqrt{D^2 + 0,4^2} - 0,4 = 0,01 \rightarrow D = 0,09 \text{ m} \\ \sqrt{D'^2 + 0,4^2} - 0,4 = 10 \cdot 0,01 \rightarrow D' = 0,3 \text{ m} \end{cases}$$

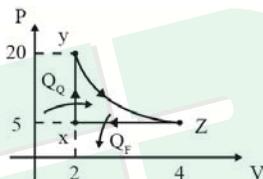
**Resposta correta: (A)**

**Questão 18.** Uma transformação cíclica XYZX de um gás ideal indicada no gráfico  $P \times V$  opera entre dois extremos de temperatura, em que YZ é um processo de expansão adiabática reversível. Considere  $R = 2,0 \text{ cal/mol.K} = 0,082 \text{ atm.l/mol.K}$ ,  $P_Y = 20 \text{ atm}$ ,  $V_Z = 4,0 \text{ l}$ ,  $V_Y = 2,0 \text{ l}$  e a razão entre as capacidades térmicas molar, a pressão e a volume constante, dada por  $C_P/C_V = 2,0$ . Assinale a razão entre o rendimento deste ciclo e o de uma máquina térmica ideal operando entre os mesmos extremos de temperatura.

- A ( ) 0,38
- B ( ) 0,44
- C ( ) 0,55
- D ( ) 0,75
- E ( ) 2,25



**CICLOS TERMODINÂMICOS**



- z → x (comp. isobárica)
- x → y (aquec. isocórico)
- y → z (exp. adiabática)

$$P_y V_y^\gamma = P_z \cdot V_z^\gamma \rightarrow P_z = P_y \cdot \left(\frac{V_y}{V_z}\right)^\gamma$$

$$P_x = 20 \cdot \left(\frac{2}{4}\right)^2$$

$$P_x = 20 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{20}{4} = 5 \text{ atm}$$

$$T_x = \frac{P_x V_x}{nR} = \frac{10}{nR}$$

$$T_y = \frac{P_y V_y}{nR} = \frac{40}{nR}$$

$$T_z = \frac{P_z V_z}{nR} = \frac{20}{nR}$$

$$\eta_{\text{ideal}} = \eta_{\text{máx}} = 1 - \frac{T_F}{T_Q} = 1 - \frac{\frac{10}{nR}}{\frac{40}{nR}} = 0,75$$

adiabática

$$\Delta U_{zy} = Q_{zy}^0 - \mathcal{T}_{zy}$$

$$|\mathcal{T}_{zy}| = \frac{P_y V_y - P_z V_z}{\gamma - 1} = \frac{20 \cdot 2 - 4 \cdot 5}{2 - 1} = 20 \text{ atm} \cdot \ell$$

$$|\mathcal{T}_{yz}| = P \Delta V = 5(4 - 2) = 10 \text{ atm} \cdot \ell$$

$$\mathcal{T}_{\text{TOTAL}} = 20 - 10 = 10 \text{ atm} \cdot \ell$$

Seja:

$$C_p - C_v = R; \quad C_p / C_v = \gamma \rightarrow C_p = 2C_v$$

$$2C_v - C_v = R$$

$$C_v = R$$

$$Q_Q = n \cdot C_v \cdot \Delta T_{YX} = nR \left( \frac{P_y V_y - P_x V_x}{nR} \right) = 20 \cdot 2 - 5 \cdot 2 \Rightarrow Q_Q = 30 \text{ atm} \cdot \ell$$

$$n_{\text{ciclo}} = \frac{\mathcal{T}_{\text{TOTAL}}}{Q_Q} = \frac{10}{30} = \frac{1}{3} = 0,33$$

$$\frac{n_{\text{ciclo}}}{n_{\text{ideal}}} = \frac{0,33}{0,75} = 0,44$$

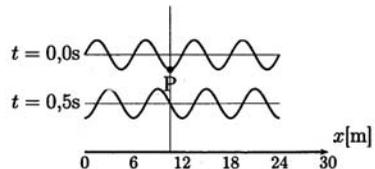
Resposta correta: (B)

**Questão 19.** Uma onda harmônica propaga-se para a direita com velocidade constante em uma corda de densidade linear  $\mu = 0,4 \text{ g/cm}$ . A figura mostra duas fotos da corda, uma num instante  $t = 0 \text{ s}$  e a outra no instante  $t = 0,5 \text{ s}$ . Considere as seguintes afirmativas:

- I. A velocidade mínima do ponto P da corda é de  $3 \text{ m/s}$ .
- II. O ponto P realiza um movimento oscilatório com período de  $0,4 \text{ s}$ .
- III. A corda está submetida a uma tensão de  $0,36 \text{ N}$ .

Assinale a(s) afirmativa(s) possível(possíveis) para o movimento da onda na corda

- A ( ) I.
- B ( ) II.
- C ( ) III.
- D ( ) I e II.
- E ( ) II e III.





ONDULATÓRIA

I. Sabe-se que a velocidade de propagação da onda sobre uma corda é dada por:

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = 12 \left( N + \frac{1}{4} \right)$$

$$T = (0,04) \cdot 12^2 \left( N + \frac{1}{4} \right)^2$$

$$T = 5,76 \left( N + \frac{1}{4} \right)^2.$$

Para  $N = 0$ ,  $T = 0,36$  N. (possível)

$$\text{II. } v = 12 \left( N + \frac{1}{4} \right) = \frac{\lambda}{t} \quad \therefore t = \frac{6}{12} \cdot \frac{1}{\left( N + \frac{1}{4} \right)} = \frac{0,5}{\left( N + \frac{1}{4} \right)}$$

(t período)

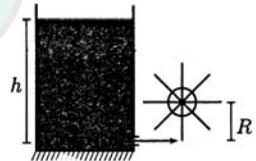
Para  $N = 0$ ,  $t = 2$  s;    Para  $N = 1$ ,  $t = t = 0,4$  s. (possível)

Já o item (i) é falso, pois o ponto P não se move ao longo do eixo x e, assim, sua velocidade mínima é 0.

Resposta correta: (E)

**Questão 20.** Água de um reservatório é usada para girar um moinho de raio  $R$  com velocidade angular  $w$  constante graças ao jato que flui do orifício de área  $S$  situado a uma profundidade  $h$  do seu nível. Com o jato incidindo perpendicularmente em cada pá, com choque totalmente inelástico, calcule o torque das forças de atrito no eixo do moinho, sendo  $\rho$  e  $g$ , respectivamente, a massa específica da água e a aceleração da gravidade.

- A ( )  $2\rho ghRS$
- B ( )  $\rho R^2 Sw\sqrt{2gh}$
- C ( )  $2\rho ghRS(1 - \sqrt{2gh}/wR)$
- D ( )  $2\rho ghRS(1 - wR/\sqrt{2gh})$
- E ( )  $\rho R^2 Sw\sqrt{2gh}(1 - wR/\sqrt{2gh})$



IMPULSO/HIDRODINÂMICA/TORQUE

Pela equação de Bernoulli temos:

$$v = \sqrt{2gh}$$

Pelo teorema do impulso temos:

$$F \cdot \Delta t = \Delta m v - \Delta m \omega R = \Delta m (v - \omega R)$$

Onde  $\Delta m$  é a quantidade de líquido que toca a par, podemos encontrar essa massa pela continuidade. Observe que a quantidade de líquido que passa pelo orifício pode ser escrito por:

$$\Delta m = \rho \cdot S \cdot \Delta x$$

Onde  $\Delta x$  é o comprimento do cilindro.

Observe que quando o jato de líquido percorre uma distância  $v\Delta t$  e a pá percorre uma distância  $\omega R\Delta t$ .

logo:

$$\Delta x = v\Delta t - \omega R\Delta t$$

Temos:

$$\Delta m = \rho \cdot S \cdot (v - \omega R)\Delta t$$

Substituindo na equação do impulso temos:

$$F \cdot \Delta t = \rho \cdot S \cdot (v - \omega R) (v - \omega R)\Delta t$$

Logo:

$$F = \rho \cdot S \cdot (v - \omega R)^2$$

O torque pode ser escrito como:

$$M = F \cdot R = \rho \cdot S \cdot R(v - \omega R)^2 = \rho \cdot S \cdot R \cdot v^2 \cdot (1 - \omega R/v)^2$$

Substituindo a velocidade temos:

$$M = 2\rho \cdot S \cdot R \cdot g \cdot h(1 - \omega R/\sqrt{2gh})^2$$

Não condiz com nenhuma opção.

## LÍNGUA INGLESA

As questões de 1 a 7 referem-se ao texto a seguir.

### FRAYING AT THE EDGES: A LIFE-CHANGING DIAGNOSIS

- 1 **IT BEGAN WITH** what she saw in the bathroom mirror. On a dull morning, Geri Taylor padded into  
 2 the shiny bathroom of her Manhattan apartment. She casually checked her reflection in the mirror, doing her  
 3 daily inventory. Immediately, she stiffened with fright.  
 4 Huh? What?  
 5 She didn't recognize herself.  
 6 She gazed saucer-eyed at her image, thinking: Oh, is this what I look like? No, that's not me. Who's  
 7 that in my mirror?  
 8 This was in late 2012. She was 69, in her early months getting familiar with retirement. For some time  
 9 she had experienced the sensation of clouds coming over her, mantling thought. There had been a few  
 10 hiccups at her job. She had been a nurse who climbed the rungs to health care executive. Once, she was  
 11 leading a staff meeting when she had no idea what she was talking about, her mind like a stalled engine that  
 12 wouldn't turn over.  
 13 "Fortunately I was the boss and I just said, 'Enough of that; Sally, tell me what you're up to,'" she would  
 14 say of the episode.  
 15 Certain mundane tasks stumped her. She told her husband, Jim Taylor, that the blind in the bedroom  
 16 was broken. He showed her she was pulling the wrong cord. Kept happening. Finally, nothing else working,  
 17 he scribbled on the adjacent wall which cord was which.  
 18 Then there was the day she got off the subway at 14th Street and Seventh Avenue unable to figure out  
 19 why she was there.

20 So, yes, she had had inklings that something was going wrong with her mind. She held tight to these  
21 thoughts. She even hid her suspicions from Mr. Taylor, who chalked up her thinning memory to the infirmities  
22 of age.

23 "I thought she was getting like me," he said. "I had been forgetful for 10 years."

24 But to not recognize her own face! To Ms. Taylor, this was the "drop-dead moment" when she had to  
25 accept a terrible truth. She wasn't just seeing the twitches of aging but the early fumes of the disease.

26 She had no further issues with mirrors, but there was no ignoring that something important had  
27 happened. She confided her fears to her husband and made an appointment with a neurologist.

28 "Before then I thought I could fake it," she would explain. "This convinced me I had to come clean."

29 In November 2012, she saw the neurologist who was treating her migraines. He listened to her  
30 symptoms, took blood, gave her the Mini Mental State Examination, a standard cognitive test made up of a  
31 set of unremarkable questions and commands. (For instance, she was asked to count backward from 100 in  
32 intervals of seven; she had to say the phrase: "No ifs, ands or buts"; she was told to pick up a piece of paper,  
33 fold it in half and place it on the floor beside her.)

34 He told her three common words, said he was going to ask her them in a little bit. He emphasized this  
35 by pointing a finger at his head — remember those words. That simple. Yet when he called for them, she  
36 knew only one: Beach. In her mind, she would go on to associate it with the doctor, thinking of him as Dr.  
37 Beach.

38 He gave a diagnosis of mild cognitive impairment, a common precursor to Alzheimer's disease. The  
39 first label put on what she had. Even then, she understood it was the footfall of what would come. Alzheimer's  
40 had struck her father, a paternal aunt and a cousin. She long suspected it would eventually find her.

Fonte: <http://www.nytimes.com/interactive/2016/05/01/nyregion/living-with-alzheimers.html?action=click&contentCollection=Americas&module=Trending&version=Full&region=Marginalia&pgtype=article>. (acesso em 1/05/2016).

**Questão 1.** Quanto ao gênero textual, o texto pode ser classificado como

- A ( ) sinopse de romance.                      B ( ) romance autobiográfico.                      C ( ) romance biográfico.  
D ( ) laudo psiquiátrico.                      E ( ) resenha médica.



## CLASSIFICAÇÃO DE GÊNERO TEXTUAL

O **romance biográfico** é um gênero de romance que fornece uma história da vida de uma pessoa. Este tipo de romance concentra-se nas experiências de uma pessoa durante sua vida, as pessoas as quais ela conheceu e os incidentes ocorridos, que são detalhados. Este é o caso de "*Fraying at the edges: a life-changing diagnosis*" (*Desmoronando nas extremidades: um diagnóstico que muda a vida*). Trata-se da história de Geri Taylor, narrada em terceira pessoa por um narrador onisciente, o qual recorre tanto ao discurso direto quanto ao indireto. O narrador apresenta o cotidiano de Geri, a qual sente que sua memória está se enfraquecendo, o que pode ser um sintoma inicial de Alzheimer.

**Resposta correta:** (C)

**Questão 2.** Quanto à narrativa, o texto é apresentado

- A ( ) por narrador externo, que utiliza discursos direto e indireto.  
B ( ) pela personagem principal, que relata ao leitor suas limitações cognitivas.  
C ( ) por uma personagem que traz também a voz da personagem principal.  
D ( ) pelo médico que busca apresentar informações sobre Geri Taylor.  
E ( ) pela própria narradora, quando ainda tinha consciência dos fatos de sua vida.

**IDENTIFICAÇÃO DE FOCO NARRATIVO E RECURSOS LITERÁRIOS**

A narrativa do romance em questão é apresentada por um narrador externo, isto é, em terceira pessoa, que não participa da história e que se utiliza do discurso direto e indireto, como se vê nas seguintes passagens:

- “I thought she was getting like me,” he said. (Discurso direto)
- He told her three words, said he was going to ask to count... (Discurso indireto)

**Resposta correta: (A)**

**Questão 3.** De acordo com o texto,

- A ( )** Geri Taylor ficou abatida com o diagnóstico de Alzheimer e declarou ter sido nocauteada pela doença.
- B ( )** Jim Taylor procurou o médico para conversar sobre os esquecimentos da esposa.
- C ( )** o neurologista teve certeza da doença de Geri Taylor porque ela não conseguiu contar de 0 a 100.
- D ( )** Geri Taylor foi diagnosticada com um problema cognitivo que normalmente precede o Alzheimer.
- E ( )** Jim Taylor preferiu não contar ao médico sobre as doenças degenerativas na família da esposa.

**INTERPRETAÇÃO DE TEXTO**

No último parágrafo do texto, linha 38, lemos que Geri Taylor recebeu o diagnóstico de comprometimento cognitivo leve, descrito como um precursor comum do Mal de Alzheimer, como pode ser comprovado pela frase “*He gave a diagnosis of mild cognitive impairment, a common precursor to Alzheimer’s disease*”.

**Resposta correta: (D)**

**Questão 4.** Marque a opção correta quanto aos procedimentos solicitados pelo neurologista a Geri Taylor.

- A ( )** Contar de 0 a 100 em intervalos de 7 em 7.
- B ( )** Repetir cinco palavras em intervalos curtos de tempo.
- C ( )** Dobrar uma folha de papel ao meio e posicioná-la no chão.
- D ( )** Elaborar perguntas e respondê-las em sequência.
- E ( )** Citar frases populares bem conhecidas.

**INTERPRETAÇÃO DE TEXTO**

Nas linhas 31 a 33 do texto, temos um relato dos procedimentos solicitados pelo neurologista à paciente Geri Taylor. Dentre eles, foi pedido que a paciente pegasse uma folha de papel, dobrasse ao meio e colocasse no chão ao seu lado, como lemos na passagem “... *she was told to pick up a piece of paper, fold it in half and place it on the floor beside her*”.

**Resposta correta: (C)**

**Questão 5.** Marque a opção que contém a principal causa da decisão de Geri Taylor em buscar diagnóstico médico.

- A ( ) Dificuldade de reconhecer sua própria imagem diante do espelho.
- B ( ) Esquecimento de palavras importantes em reuniões de trabalho.
- C ( ) Dificuldades recorrentes para lidar com a persiana do quarto do casal.
- D ( ) Sensação de estar perdida em pontos da cidade por onde tinha costume de circular.
- E ( ) Histórico de Alzheimer em pessoas da família, como o próprio pai e parentes paternos.



### INTERPRETAÇÃO DE TEXTO

As linhas 24 e 25 do texto nos informam que o fato de Gari Taylor não reconhecer sua própria imagem diante do espelho serviu como a principal causa para que ela procurasse um diagnóstico médico acerca do que se passava com ela, tratando o episódio como o momento que ela tinha que aceitar a terrível verdade, mesmo já tendo tido antes alguns episódios de confusão mental, mas nada que a assustasse tanto quanto o fato de não reconhecer sua própria imagem diante do espelho do banheiro.

**Resposta correta:** (A)

**Questão 6.** Marque a opção em que o item sublinhado **NÃO** é classificado como um advérbio.

- A ( ) She casually checked her reflection in the mirror, [...] (linha 2)
- B ( ) “Fortunately I was the boss and I just said, [...] (linha 13)
- C ( ) Finally, nothing else working, he scribbled on the adjacent wall which cord was which. (linhas 16-17)
- D ( ) She wasn’t just seeing the twitches of aging but the early fumes of the disease. (linha 25)
- E ( ) She long suspected it would eventually find her. (linha 40)



### ADVÉRBIOS

A palavra *early* (cedo, precoce), em inglês, pode ser classificada como substantivo ou advérbio, dependendo do contexto em que seja usada. Na frase em questão, o vocábulo é empregado como modificador do substantivo *fumes* (sinais, evidências), sendo, portanto, um adjetivo. Dessa forma, a palavra *early* exerce função de adjetivo e não de advérbio.

**Resposta correta:** (D)

**Questão 7.** Marque a opção em que o item sublinhado é um qualificador.

- A ( ) Once, she was leading a staff meeting when she had no idea [...] (linhas 10-11)
- B ( ) So, yes, she had had inklings that something was going wrong [...] (linha 20)
- C ( ) [...] Mr. Taylor, who chalked up her thinning memory to the infirmities of age. (linhas 21-22)
- D ( ) [...] but there was no ignoring that something important had happened. (linhas 26-27)
- E ( ) He emphasized this by pointing a finger at his head – remember those words. (linhas 34-35)



## IDENTIFICAÇÃO DE ADJETIVO

Dentre as opções fornecidas, somente a C apresenta um qualificador, uma vez que “*thinning*” (que diminui; minguante) está qualificando o termo “*memory*”, para significar “memória diminuída ou minguante”. Em A, “*meeting*” (reunião) é substantivo; em B, “*inklings*” (insinuações) também é substantivo; em D, “*ignoring*” (desconhecimento) é substantivo verbal; em E, “*pointing*” (apontando) é verbo na forma de gerúndio.

Resposta correta: (C)

As questões de 8 a 12 referem-se ao texto a seguir.

**INSIDE THE BILL GATES-BACKED ACCELERATOR THAT'S TRAINING  
THE NEXT GENERATION OF VENTURE CAPITALISTS**

*Lauren Gensler, FORBES STAFF*

1 In an airy converted furniture store in Seattle's Pioneer Square neighborhood, five novice impact  
2 fund managers from Zimbabwe, Guatemala and the Netherlands are rehearsing the sales pitches they'll  
3 make the next day to 60 mostly institutional investors, representing \$10 billion in capital.

4 The presentations will be a graduation ceremony of sorts. Despite their impressive resumes, the five  
5 men have just completed a four-week boot camp covering everything from term sheets, accounting and  
6 mezzanine debt structures to dealing with corruption to defining and marketing their brands. They'll head  
7 home with golden contacts (investor cocktail hours were built into the packed schedule) and a commitment for  
8 up to \$500,000 in seed capital from Capria Accelerator, a first-of-its-kind venture whose initial investors  
9 include Microsoft cofounder (and world's richest man) Bill Gates.

10 One of those rehearsing is Patrick Makanza, 51, an M.B.A. and veteran of Unilever and Barclays  
11 Bank, who quit a cushy job at a top Zimbabwe private equity firm and launched Vakayi Capital. The first fund  
12 being formed by Vakayi (which means “to build”) will back for-profit businesses providing essential services in  
13 Zimbabwe, which has per capita gross domestic product of about \$1,000. That fund will make loans (with an  
14 option to convert some to equity) for an average of four years to small and medium-size businesses that want  
15 to expand and can't get adequate bank financing. Among potential investments: an eye clinic that's building a  
16 new operating room so it can double its daily procedures and bring down the cost of cataract surgery; an  
17 education microlender; and a builder of low-cost housing.

18 The next day, in their presentation, Makanza and his Vakayi cofounder tackle head-on the tough  
19 issues they might be asked about, including Zimbabwe's endemic corruption, economic challenges and  
20 currency dramas—it squelched hyperinflation in 2009 by switching to foreign currencies, primarily the U.S.  
21 dollar. But in the question period Tracy Washington, principal investment officer for the International Finance  
22 Corp.'s global private equity funds, lobs a personal query at Makanza, a father of four who is partial to  
23 conservative business suits and golf. “With your resume”, she asks, “why get involved with so risky an  
24 enterprise, and will you stick to it?” Makanza responds that he worked in venture capital back in the 1990s  
25 and came to miss the highs and lows of investing in early-stage entrepreneurs. “I still have at least ten years  
26 to do this. ... It's a real roller-coaster lifestyle. But I enjoyed it, and I want to have more of that experience  
27 again.”

28 Impact investing – which aims to produce both financial and social or environmental returns – is in  
29 vogue. Big names in finance, from BlackRock to Goldman Sachs to Bank of America Merrill Lynch, have been  
30 piloting in recently, seeing it as a way to appeal to the socially conscious Millennials now building and inheriting  
31 wealth.

32 But this alternative asset class is still small – \$77 billion invested worldwide, according to a new  
33 survey from the Global Impact Investing Network. To grow, it needs experienced, hands-on fund managers,  
34 and those are in short supply, particularly in areas with the greatest needs, such as sub-Saharan Africa.

Fonte: <http://www.forbes.com/sites/laurengensler/2016/06/15/capria-bill-gates-impact-investing-accelerator/#56afe1ab1dc4>.  
(Acesso em 07/07/2016).

**Questão 8.** De acordo com o texto,

- A ( ) cinco profissionais da área financeira, de diferentes partes do mundo, preparam-se para apresentar suas propostas a investidores.
- B ( ) o curso sobre gestão financeira realizado em Seattle, de caráter eliminatório, teve duração de quatro semanas.
- C ( ) contatos profissionais são mais importantes do que o domínio de conhecimentos específicos e teóricos.
- D ( ) a comparação entre fundos de investimentos e a expressão "montanha russa" deve-se ao panorama econômico dos últimos dez anos.
- E ( ) investimento de impacto é uma tendência que agrega obrigatoriamente retornos financeiro, social e ambiental.



### INTERPRETAÇÃO DE TEXTO

O primeiro parágrafo do texto traz a informação de que cinco profissionais da área financeira (*fund managers*) do Zimbábue, Guatemala e Holanda, ou seja, de diferentes partes do mundo, estão se preparando (*rehearsing*) para suas campanhas de venda que fariam no dia seguinte para 60 investidores institucionais, que representam \$ 10 bilhões em capital.

**Resposta correta: (A)**

**Questão 9.** É **INCORRETO** afirmar que Patrick Makanza

- A ( ) é um profissional experiente que deixou uma carreira bem sucedida para se arriscar em um novo empreendimento.
- B ( ) faz questão de envolver os quatro filhos na gestão de todos os seus empreendimentos, apesar de ser um gestor conservador.
- C ( ) lançou Vakayi Capital com o objetivo de oferecer empréstimos a empresas que querem expandir, mas não conseguem financiamento bancário adequado.
- D ( ) participa de um evento na cidade de Seattle, preparando-se para responder perguntas sobre corrupção e riscos financeiros no Zimbábue.
- E ( ) busca investir em empresas que prestem serviços essenciais no Zimbábue, como, por exemplo, na área de saúde, educação e habitação.



### INTERPRETAÇÃO DE TEXTO

Os parágrafos 3 e 4 trazem o exemplo de um dos cinco profissionais da área financeira citado no texto. Dentre as características mencionadas, o texto fala dele como um profissional experiente, que lançou uma firma chamada Vakayi Capital e que busca investir em empresas que prestem serviços essenciais em seu país, o Zimbábue. Em momento algum o texto faz menção à sua intenção de envolver seus quatro filhos na gestão de todos os seus empreendimentos, embora cite seu conservadorismo nos negócios.

**Resposta correta: (B)**

Questão 10. Marque a opção que substitui o trecho sublinhado, mantendo o mesmo sentido.

“Despite their impressive resumes, the five men have just completed a four-week boot camp covering everything from term sheets, [...]”

- A ( ) Once they have impressive resumes,
- B ( ) Besides they have impressive resumes,
- C ( ) Since their impressive resumes,
- D ( ) Because of their impressive resumes,
- E ( ) Although they have impressive resumes,



### ASPECTOS SEMÂNTICOS DE CONECTIVOS

Na oração “*Despite their impressive resumes...*”, o termo “*despite*” (a despeito de, apesar de) é preposição com valor concessivo, o qual corresponde semanticamente à conjunção “*although*” (embora, a despeito de, apesar de). Assim, está correta a paráfrase ou reescrita da opção E.

Resposta correta: (E)

Questão 11. Marque a opção em que o item sublinhado **NÃO** exerce a função de agente da oração.

- A ( ) [...] Patrick Makanza, 51, an M.B.A. and veteran of Unilever and Barclays Bank, who quit a cushy job at a top Zimbabwe private equity firm [...] (linhas 10-11)
- B ( ) That fund will make loans [...] for an average of four years to small and medium-size businesses that want to expand [...] (linhas 13-14-15)
- C ( ) [...] Tracy Washington [...] lobs a personal query at Makanza, a father of four who is partial to conservative business suits and golf. (linhas 21-22-23)
- D ( ) Makanza responds that he worked in venture capital back in the 1990s and came to miss the highs and lows of investing in early-stage entrepreneurs. (linhas 24-25)
- E ( ) Impact investing – which aims to produce both financial and social or environmental returns – is in vogue. (linhas 28-29)



### IDENTIFICAÇÃO DE CONECTIVOS ORACIONAIS

A questão pede ao candidato que assinale o item em que o termo sublinhado não exerce a função de agente, ou seja, de sujeito da oração. Dentre os itens fornecidos, apenas o D não apresenta termo com a referida função. Vejamos.

Em D, o termo “*that*” funciona como uma conjunção integrante, ligando a oração principal (*Makanza responds*) à subordinada (*he worked...*). Nos demais itens, os termos sublinhados (“*who*” em A; “*that*” em B; “*who*” em C; “*which*” em E) exercem o papel de sujeito da oração que eles introduzem, funcionando como pronome relativo.

Resposta correta: (D)

**Questão 12.** O termo **whose** em: “They’ll head home with golden contacts (investor cocktail hours were built into the packed venture) and a commitment for up to \$500,000 in seed capital from Capria Accelerator, a first-of-its-kind venture **whose** initial investors include Microsoft cofounder (and world’s richest man) Bill Gates.”, refere-se a

- A ( ) golden contacts.                      B ( ) a commitment.                      C ( ) seed capital.  
 D ( ) Capria Accelerator.                  E ( ) Bill Gates.



IDENTIFICAÇÃO DE REFERENTE TEXTUAL

O termo “whose” (cujo, de quem) na frase “They’ll head home with golden contacts and a commitment for up to \$500,000 in seed capital from Capria Accelerator, a first-of-its-kind venture whose initial investors include Microsoft...” refere-se a Capria Accelerator, antecedente retomado por pronome relativo indicador de posse. Veja a tradução: “Eles irão para casa com contatos dourados e um compromisso de até US\$ 500.000 em capital inicial da Capria Accelerator, um primeiro investidor do seu tipo, cujos investidores iniciais incluem a Microsoft...”.) Como se sabe, o relativo “cujo” (whose) liga dois substantivos, recuperando ou retomando o antecedente.

**Resposta correta: (D)**

A tirinha a seguir mostra um diálogo entre duas pessoas, com a participação de um terceiro interlocutor. Analise-a e responda as questões de 13 a 16.



Fonte: [http://comicskingdom.com/system/media/562\\_content\\_original.gif?1390858923](http://comicskingdom.com/system/media/562_content_original.gif?1390858923). (Acesso em 01/05/2016)

**Questão 13.** A terceira pessoa mostra-se incomodada devido à/a

- A ( ) incoerência das informações tratadas na conversa.  
 B ( ) excesso de informações e à falta de privacidade.  
 C ( ) impossibilidade de adquirir um *smartphone*.  
 D ( ) fato de ser ignorada pelas pessoas que estão conversando.  
 E ( ) resistência pessoal quanto ao uso de aplicativos para emagrecer.



## INTERPRETAÇÃO DE TEXTO

Embora sem participar diretamente da conversa entre as duas pessoas na tirinha, o terceiro interlocutor envolvido se mostra, no final da história, no último quadrinho da tirinha, incomodado (*I'm losing my mind with the help of your smartphones*) muito provavelmente pelo volume de informação relativo ao aplicativo de controle de peso descrito pelas duas mulheres, como também pela falta de privacidade que tal conversa acaba por expressar.

Resposta correta: (B)

Questão 14. Depreende-se da leitura que os aplicativos

- A ( ) podem ser instalados em qualquer modelo de aparelho celular.
- B ( ) oferecem exatamente as mesmas facilidades às duas usuárias.
- C ( ) registram informações nutricionais nos rótulos dos alimentos.
- D ( ) impedem o consumo de alimentos de má qualidade nutricional.
- E ( ) auxiliam as usuárias no controle da perda de peso.



## INTERPRETAÇÃO DE TEXTO

Com base na leitura da tirinha e na descrição dos aplicativos usados pelas duas mulheres, infere-se que tais ferramentas auxiliam ambas no controle da perda de peso, como, por exemplo, quando a primeira mulher cita que seu aplicativo tem um escâner de código de barras que ajuda a rastrear seu consumo de alimento e sua perda de peso, enquanto a segunda afirma que o seu dá a ela informações sobre a qualidade dos alimentos que ela compra por fornecer índices de calorias e nutrição para cada item, embora não ofereçam exatamente as mesmas facilidades às duas usuárias.

Resposta correta: (E)

Questão 15. As palavras utilizadas como referentes aos aplicativos são

- A ( ) that, mine, it.
- B ( ) it, even, mine.
- C ( ) that's, it, them.
- D ( ) that, me, mine.
- E ( ) them, that, it.



## REFERÊNCIA ANAFÓRICA

Nos cinco primeiros quadrinhos da tirinha, encontramos referências anafóricas aos aplicativos mencionados. No primeiro, o pronome relativo *that* refere-se à palavra *app* (aplicativo). O pronome possessivo *mine* (meu), presente no segundo quadrinho, também faz referência ao aplicativo da mulher. No terceiro quadrinho, o pronome pessoal *it* e o pronome possessivo *mine* fazem a mesma referência, o que se repete nos quadrinhos seguintes com o pronome pessoal *it*.

Resposta correta: (A)

Questão 16. Marque a opção em que os itens da tirinha possuem a mesma classificação gramatical.

A ( ) then - quite  
D ( ) like - reach

B ( ) intake - milestones  
E ( ) providing - ratings

C ( ) loss - huge



### CLASSES GRAMATICAIS

As palavras *intake* (consumo) e *milestone* (marco, realização) possuem a mesma classe gramatical, pois ambas funcionam como substantivo, o que não se observa nas outras opções na questão.

Resposta correta: (B)

As questões de 17 a 20 referem-se ao texto a seguir:

#### STARSHOT PROJECT: STEPHEN HAWKING AND MARK ZUCKERBERG LAUNCH MOST AMBITIOUS ALIEN-FINDING PROJECT EVER

- 1 Tiny rockets are going to be sent into space to study the far universe in the most ambitious space exploration
- 2 project in history.
- 3 Scientists including Stephen Hawking and backers such as internet investor Yuri Milner and Mark Zuckerberg
- 4 will send "nano craft" deep into space to explore the most remote regions that humans have ever seen, by far.
- 5 The hugely ambitious project could reveal deep secrets of the universe and will allow people to photograph
- 6 one of the most likely places to hold life on other worlds.
- 7 Professor Hawking said at the event: "What makes us unique is transcending our limits. Gravity pins us to the
- 8 ground, but I just flew to America.
- 9 "How do we transcend these limits? With our minds and our machines.
- 10 "The limit that confronts us now is the great void between us and the stars. But now we can transcend it, with
- 11 light beams, light sails, and the lightest spacecraft ever built. Today we commit to this next great leap into the
- 12 cosmos, because we are human and our nature is to fly."
- 13 The Starshot Project hopes to get the tiny robots out to the Alpha Centauri star system, 25 trillion miles away.
- 14 Getting there through normal means would take 30,000 years – but the new project hopes that using the tiny
- 15 rockets will allow them to get there in just 20.
- 16 Scientists think that the Alpha Centauri system might well have an Earth-like planet that could be found in its
- 17 "habitable zones". The craft will be able to take pictures of those – a potential way that they might find life on
- 18 other worlds.
- 19 The crafts will be "gram-scale nano craft", according to Yuri Milner, which will make their way through space
- 20 using a "sail pushed by a light beam". Their design will allow them to fly at 25 per cent of light speed.
- 21 Those craft will be able to send back images of possible planets and other scientific data, according to the
- 22 scientists behind it.
- 23 "The human story is one of great leaps," Dr Milner said. "Today we are preparing for the next great leap – to
- 24 the stars.
- 25 "Can we literally reach the stars, and can we do it in our lifetime?"
- 26 The tiny rockets are made up of computers that can be mounted to a tiny "wafer". Shrinking computer
- 27 components mean that all of the necessary parts – cameras, thrusters, power supply and navigation
- 28 equipment – can all be mounted on a tiny plate that will be a fully functional space probe.
- 29 Before those are built, the project will have to create all of the important parts on the ground. That includes
- 30 the construction of a light-beamer that can power the rockets and a "mothership" that will be able to carry
- 31 them all out into space and launch them.
- 32 Because of economies of scale and the decreasing price of computer components, the team will eventually
- 33 be able to send out the rockets for just a few hundred thousand dollars, they said.

Fonte: <http://www.independent.co.uk/news/science/starshot-project-stephen-hawking-and-mark-zuckerberg-to-send-tiny-rockets-to-alpha-centauri-most-ambitious-alien-finding-project-ever-1101101.html> (acesso em 03/05/2016).

**Questão 17.** De acordo com o texto, o principal objetivo do Projeto *Starshot* é

- A ( ) enviar robôs minúsculos para encontrar e investigar vida alienígena inteligente em galáxias distantes.
- B ( ) encontrar planetas semelhantes à Terra, para os quais humanos devam ser transportados dentro de vinte anos.
- C ( ) enviar "nanofoguetes" para a galáxia mais distante do sistema solar, aonde nenhum ser humano seria capaz de chegar.
- D ( ) enviar foguetes minúsculos ao sistema estelar Alfa Centauri a fim de obter imagens de seus planetas e outros dados científicos.
- E ( ) alterar as leis da gravidade e transcender os limites da ciência atual com nossas mentes e máquinas de forma nunca antes imaginada.



### INTERPRETAÇÃO DE TEXTO

De acordo com o texto, o principal objetivo do Projeto Starshot é “enviar foguetes minúsculos ao sistema estelar Alfa Centauri a fim de obter imagens de seus planetas e outros dados científicos”. É o que se pode confirmar nas seguintes passagens do texto:

- “Tiny rockets are going to be sent into space to study the far universe in the most ambitious space exploration project in history.”
- “The Starshot Project hopes to get the tiny robots out to the Alpha Centauri star system, 25 trillion miles away.”
- “The craft will be able to take pictures of those – a potential way that they might find life on other worlds.”

**Resposta correta: (D)**

**Questão 18.** De acordo com o texto, é correto afirmar que

- A ( ) os "nanofoguetes" percorrerão o trajeto em um centésimo do tempo que uma espaçonave comum faria
- B ( ) é esperado que os "nanofoguetes" cheguem ao sistema estelar Alfa Centauri em apenas duas décadas.
- C ( ) o sistema Alfa Centauri se encontra a 25 trilhões de quilômetros de distância da Terra.
- D ( ) o Projeto *Starshot* levará robôs minúsculos ao sistema estelar Alfa Centauri em 30.000 anos.
- E ( ) a "nave-mãe" navegará a 25% da velocidade da luz até o sistema Alfa Centauri.



### INTERPRETAÇÃO DE TEXTO

De acordo com o texto, é correto afirmar que “é esperado que os nanofoguetes cheguem ao sistema estelar Alfa Centauri em apenas duas décadas”, conforme se pode concluir a partir da seguinte passagem:

“The Starshot Project hopes to get the tiny robots out to the Alpha Centauri star system, 25 trillion miles away. Getting there through normal means would take 30,000 years – but the new project hopes that using the tiny rockets will allow them to get there in just 20.”

**Resposta correta: (B)**

Questão 19. Quanto à execução do Projeto *Starshot*, o texto afirma que

- A ( ) os "nanofoguetes" serão constituídos por circuitos e baterias autocarregáveis, a fim de facilitar o arquivamento dos dados.
- B ( ) a última etapa para a criação dos "nanofoguetes" será definir o tamanho da nave-mãe e de todos os seus componentes.
- C ( ) as câmeras, os propulsores, as fontes de energia e os equipamentos de navegação foram desenvolvidos em um projeto anterior.
- D ( ) os investidores em componentes para computadores comercializarão os "nanofoguetes" a fim de lucrar centenas de milhares de dólares.
- E ( ) a economia de escala é um dos fatores que poderá permitir o envio dos "nanofoguetes" ao espaço por algumas centenas de milhares de dólares.



### INTERPRETAÇÃO DE TEXTO

A leitura do último parágrafo do texto, nas linhas 32 e 33, permite inferir que a chamada economia de escala (*economies of scale*) e o decréscimo nos preços dos componentes de computadores viabilizarão o envio dos "nanofoguetes" por apenas alguns milhares de dólares. Dessa forma, essa economia de escala pode ser apontada como um dos fatores que tornará possível o envio dos "nanofoguetes" no futuro.

Resposta correta: (E)

Questão 20. Na frase "But now we can transcend it, with light beams, light sails, and the lightest spacecraft ever built." (linhas 10 e 11), é correto afirmar que

- A ( ) o adjetivo *light* é usado duas vezes no grau normal e uma no comparativo.
- B ( ) a palavra *light* significa *luz* e tem função de agente dos verbos *beam* e *sail*.
- C ( ) *the lightest* significa *a mais leve* e está flexionada no grau superlativo.
- D ( ) somente nas duas primeiras ocorrências, o significado de *light* é *leve*.
- E ( ) as três ocorrências da palavra *light* têm o mesmo significado.



### GRAU DOS ADJETIVOS

O adjetivo *light* (leve), quando acrescido do sufixo *est* passa a ser flexionado no grau superlativo. Na frase em questão (... *the lightest spacecraft ever built*) temos para o português o sentido de "a espaçonave mais leve já construída", o que está de acordo com a alternativa C da questão.

Resposta correta: (C)

## LÍNGUA PORTUGUESA

As questões de 21 a 25 referem-se ao texto 1.

**Texto 1: A mídia realmente tem o poder de manipular as pessoas?**

Por Francisco Fernandes Ladeira

1           À primeira vista, a resposta para a pergunta que intitula este artigo parece simples e óbvia: sim, a  
2       mídia é um poderoso instrumento de manipulação. A ideia de que o frágil cidadão comum é impotente frente  
3       aos gigantes e poderosos conglomerados da comunicação é bastante atrativa intelectualmente.  
4       Influentes nomes, como Adorno e Horkheimer, os primeiros pensadores a realizar análises mais sistemáticas  
5       sobre o tema, concluíram que os meios de comunicação em larga escala moldavam e direcionavam as  
6       opiniões de seus receptores. Segundo eles, o rádio torna todos os ouvintes iguais ao sujeitá-los,  
7       autoritariamente, aos idênticos programas das várias estações. No livro *Televisão e Consciência de Classe*,  
8       Sarah Chucid Da Viá afirma que o vídeo apresenta um conjunto de imagens trabalhadas, cuja apreensão é  
9       momentânea, de forma a persuadir rápida e transitoriamente o grande público. Por sua vez, o psicólogo  
10       social Gustav Le Bon considerava que, nas massas, o indivíduo deixava de ser ele próprio para ser um  
11       autômato sem vontade e os juízos aceitos pelas multidões seriam sempre impostos e nunca discutidos.  
12       Assim, fomentou-se a concepção de que a mídia seria capaz de manipular incondicionalmente uma  
13       audiência submissa, passiva e acrítica.

14       Todavia, como bons cidadãos céticos, devemos duvidar (ou ao menos manter certa ressalva) de  
15       proposições imediatistas e aparentemente fáceis. As relações entre mídia e público são demasiadamente  
16       complexas, vão muito além de uma simples análise behaviorista de estímulo/resposta. As mensagens  
17       transmitidas pelos grandes veículos de comunicação não são recebidas automaticamente e da mesma  
18       maneira por todos os indivíduos. Na maioria das vezes, o discurso midiático perde seu significado original na  
19       controversa relação emissor/receptor. Cada indivíduo está envolto em uma "bolha ideológica", apanágio de  
20       seu próprio processo de individuação, que condiciona sua maneira de interpretar e agir sobre o mundo.  
21       Todos nós, ao entrarmos em contato com o mundo exterior, construímos representações sobre a realidade.  
22       Cada um de nós forma juízos de valor a respeito dos vários âmbitos do real, seus personagens,  
23       acontecimentos e fenômenos e, conseqüentemente, acreditamos que esses juízos correspondem à  
24       "verdade". [...]

25       [...] A mídia é apenas um, entre vários quadros ou grupos de referência, aos quais um indivíduo  
26       recorre como argumento para formular suas opiniões. Nesse sentido, competem com os veículos de  
27       comunicação como quadros ou grupos de referência fatores subjetivos/psicológicos (história familiar,  
28       trajetória pessoal, predisposição intelectual), o contexto social (renda, sexo, idade, grau de instrução, etnia,  
29       religião) e o ambiente informacional (associação comunitária, trabalho, igreja). "Os vários tipos de receptor  
30       situam-se numa complexa rede de referências em que a comunicação interpessoal e a midiática se  
31       completam e modificam", afirmou a cientista social Alessandra Aldé em seu livro *A construção da política:  
32       democracia, cidadania e meios de comunicação de massa*. Evidentemente, o peso de cada quadro de  
33       referência tende a variar de acordo com a realidade individual. Seguindo essa linha de raciocínio, no original  
34       estudo *Muito Além do Jardim Botânico*, Carlos Eduardo Lins da Silva constatou como telespectadores  
35       do *Jornal Nacional* acionam seus mecanismos de defesa, individuais ou coletivos, para filtrar as informações  
36       veiculadas, traduzindo-as segundo seus próprios valores. "A síntese e as conclusões que um telespectador  
37       vai realizar depois de assistir a um telejornal não podem ser antecipadas por ninguém; nem por quem  
38       produziu o telejornal, nem por quem assistiu ao mesmo tempo que aquele telespectador", inferiu Carlos  
39       Eduardo.

Adaptado de: <http://observatoriodaimprensa.com.br/imprensa-em-questao/a-midia-realmente-tem-o-poder-de-manipular-as-pessoas/>,  
(Publicado em 14/04/2015, na edição 846. Acesso em 13/07/2016.)

**Questão 21.** O autor do texto

- A ( ) acredita que a mídia controla e manipula todos os cidadãos, independentemente de sua condição socioeconômica e cultural.
- B ( ) mostra o poder absoluto da mídia de deturpar a realidade dos fatos, tornando os cidadãos alienados e passivos.
- C ( ) mostra ao leitor que a mídia tem total poder de influenciar o seu público, principalmente pelas redes sociais.
- D ( ) prova a tese de que a mídia manipula os leitores, respaldando-se em importantes estudiosos da cultura de massa.
- E ( ) sustenta a ideia de que a mídia é apenas um dos fatores que interferem na construção da opinião dos indivíduos.



## COMPREENSÃO LEITORA

O título do texto, uma pergunta sobre o poder da mídia como instrumento de manipulação do indivíduo, já aponta para uma argumentação que irá, de certa maneira, desconstruir essa imagem. Fica evidente, portanto, nas afirmações feitas pelo autor, que “a mídia é apenas um, entre vários quadros ou grupos de referências, aos quais um indivíduo recorre como argumento para formular suas opiniões”. Nesse sentido, o autor defende a tese de que a mídia é um dos inúmeros fatores que contribuem para a construção da opinião do indivíduo.

Resposta correta: (E)

Questão 22. De acordo com o ponto de vista do autor,

- I. fatores subjetivos/psicológicos são os mais influentes na formação das opiniões e superam até mesmo a incondicional influência midiática.
- II. a homogeneidade dos programas de rádio e de televisão é a responsável pela manipulação midiática das opiniões.
- III. é impossível determinar como o indivíduo interpretará as informações veiculadas por um telejornal.

Está(ão) correta(s) apenas

A ( ) I e II.  
D ( ) II e III.

B ( ) I e III.  
E ( ) III.

C ( ) II.



## COMPREENSÃO LEITORA

Considerando o ponto de vista do autor, conclui-se que:

- I. afirmativa incorreta – segundo o autor, os fatores subjetivos/psicológicos competem com a mídia enquanto formadores de opinião do indivíduo. A afirmação de que tais fatores superam a incondicional influência midiática na formação de opiniões não encontra correspondência no texto.
- II. afirmativa incorreta – a afirmação de que a homogeneidade dos programas de rádio e de televisão é a responsável pela manipulação midiática das opiniões é atribuída a influentes nomes, como Adorno e Horkheimer e não ao autor, o que torna a assertiva incorreta. O que se observa, no texto, é a desconstrução dessa tese pelo autor.
- III. afirmativa correta – no último parágrafo do texto, o autor, ao fazer uma citação da obra *Muito Além do Jardim*, de Carlos Eduardo Lins da Silva, destaca que as conclusões que um indivíduo vai realizar, após assistir, por exemplo, ao *Jornal Nacional*, “não podem ser antecipadas por ninguém”. Essa afirmação confirma ser verdade o conteúdo do item III.

Resposta correta: (E)

Questão 23. Com relação às estratégias argumentativas utilizadas no texto, é correto afirmar que o autor

- A ( ) vale-se da pergunta retórica do título, respondida afirmativamente por ele mesmo.
- B ( ) apresenta apenas posicionamentos de estudiosos que são idênticos aos seus.
- C ( ) vale-se do uso das aspas nos quatro momentos para se distanciar daquilo que é dito.
- D ( ) utiliza a primeira pessoa do plural para se aproximar do leitor e o persuadir sobre seu ponto de vista.
- E ( ) apresenta com total imparcialidade pontos de vista diversos sobre a manipulação da mídia.



## COMPREENSÃO LEITORA

No texto, o autor recorre a diversas estratégias argumentativas para defender um ponto de vista e persuadir o leitor. Note que a tese de que a mídia tem o poder de manipular as pessoas é construída a partir de estudos de autoridades e argumentos apresentados pelo autor. Assim, ele recorre a posicionamentos que se aproximam do seu, mas sem deixar de fazer referência aos que apresentam posições contrárias. Fica evidente, portanto, a opinião do autor, fato que denota a parcialidade no trato do tema. Vale destacar o uso da primeira pessoa no plural, gerando uma relação de familiaridade com o leitor, com o objetivo de persuadi-lo a respeito da tese de que existem inúmeros fatores contributivos para a formação de opinião do indivíduo.

**Resposta correta: (D)**

**Questão 24.** Assinale a opção em que o verbo destacado está na voz passiva pronominal.

- A ( ) Assim, **fomentou-se** a concepção de que a mídia seria capaz de manipular incondicionalmente uma audiência submissa, passiva e acrítica. (linhas 12 e 13)
- B ( ) As mensagens transmitidas pelos grandes veículos de comunicação não **são recebidas** automaticamente e da mesma maneira por todos os indivíduos. (linhas 16, 17 e 18)
- C ( ) “Os vários tipos de receptor **situam-se** numa complexa rede de referências [...]” (linhas 29 e 30)
- D ( ) “[...]complexa rede de referências em que a comunicação interpessoal e a midiática **se completam e modificam**” [...] (linhas 30 e 31)
- E ( ) “A síntese e as conclusões que um telespectador vai realizar depois de assistir a um telejornal não **podem ser antecipadas** por ninguém; [...]” (linhas 36 e 37)



## VOZ PASSIVA PRONOMINAL

A questão sugere ao candidato a identificação de voz passiva pronominal aplicada às formas verbais destacadas. Convém salientar que a voz passiva pronominal, também identificada como voz passiva sintética ou reduzida, identifica-se pelo emprego do pronome **se** como partícula apassivadora. É interessante reforçar que a voz passiva pronominal (ou sintética) pode ser redimensionada de modo a adaptar-se à voz passiva analítica, que ocorre por meio de perífrase (locução) verbal indicadora de passividade, com o verbo **ser** como auxiliar (outros verbos podem assumir esse papel) e um particípio como verbo principal.

A partir dessas análises, descartam-se as alternativas B e E, pois nelas os verbos encontram-se na voz passiva analítica. Lembremos que a voz passiva sintética (pronominal) implica o uso do pronome **se** (partícula apassivadora).

Na alternativa C, o pronome **se** adquire características reflexivas (situam-se = situam a si mesmos).

Na alternativa D, o pronome **se** indica reciprocidade (se completam = completam uma à outra).

A resposta está na alternativa A. É preciso entender que a forma “fomentou-se” é passiva pronominal. Uma das maneiras de perceber esse fato é a possibilidade de apresentar essa mesma informação na forma analítica (fomentou-se a concepção = foi fomentada a concepção).

**Resposta correta: (A)**

**Questão 25.** Marque a alternativa em que o verbo destacado está classificado corretamente quanto transitividade.

VTD – verbo transitivo direto

VTI – verbo transitivo indireto

VI – verbo intransitivo

- A ( ) [...]devemos **duvidar** (ou ao menos manter certa ressalva) de proposições imediatistas e aparentemente fáceis. – VTD (linhas 14-15)
- B ( ) Na maioria das vezes, o discurso midiático **perde** seu significado original na controversa relação emissor/receptor. – VTI (linhas 18-19)
- C ( ) A mídia é apenas um, entre vários quadros ou grupos de referência, aos quais um indivíduo **recorre** como argumento para formular suas opiniões. – VTI (linhas 25-26)
- D ( ) Nesse sentido, **competem** com os veículos de comunicação como quadros ou grupos de referências subjetivos/psicológicos [...] – VTD (linhas 26-27).
- E ( ) Evidentemente, o peso de cada quadro de referência **tende** a variar de acordo com a realidade individual. – VI (linhas 32-33)



**TRANSITIVIDADE VERBAL**

A questão sugere ao candidato a verificação da transitividade aplicada ao verbo destacado em cada alternativa. A alternativa A é **falsa** quando afirma que o verbo **duvidar**, na sua aplicação na frase sugerida, é transitivo direto. Cabe, pois, verificar a preposição regida por esse verbo em seu complemento, enquadrando-o na condição de verbo transitivo indireto. (V.T.I.)

“... devemos **duvidar** (ou ao menos manter certa ressalva) de proposições imediatistas e aparentemente fáceis.” (V.T.I.)

↓ (objeto indireto)  
 (preposição regida pelo verbo)

A alternativa B é **falsa** ao indicar a forma verbal **perde**, na sua aplicação na frase sugerida, como transitiva indireta. Note-se, portanto, que o verbo em análise, na sua regência, não exige preposição em seu complemento, configurando-se com o transitivo direto.

“... o discurso midiático **perde** seu significado original...”

↓ (objeto direto)  
 (V.T.D.)

A alternativa C é **correta**, na medida em que a forma verbal “recorre” se apresenta, na frase em análise, como transitiva indireta. É preciso que o candidato perceba a questão regencial aplicada ao verbo (recorrer a algo), notando a preposição regida pelo verbo em seu complemento. Ademais, é interessante perceber a forma pronominal “aos quais”, que funciona como complemento para o verbo em questão.

“... **aos quais** um indivíduo **recorre**...”

↓ (objeto direto)  
↓ (V.T.I.)  
 preposição exigida pelo verbo

A alternativa D é **falsa** por indicar a forma “competem” como transitiva direta. É perceptível como esse verbo exige, em seu complemento, a preposição “com”, revelando-se, pois, como transitivo indireto.

“Nesse sentido, **competem** com os veículos de comunicação...”

↓ (V.T.I.)  
↓ (objeto indireto)  
 (preposição exigida pelo verbo)

A alternativa E é **falsa**, pois apresenta a forma “tende” como intransitiva. Na frase em análise, o verbo expressa complemento estruturado com preposição (a) + verbo no infinitivo (variar). O verbo em análise, por certo, deve ser percebido com o transitivo indireto.

“Evidentemente, o peso de cada quadro de referência tende a variar...”  
 ↓ (V.T.I.)      ↓ (objeto indireto)  
 ↓ (preposição exigida pelo verbo)

**Resposta correta:** (C)

As questões de 26 a 29 referem-se ao texto 2.

**Texto 2: Vídeos falsos confundem o público e a imprensa**

*Por Jasper Jackson, tradução de Jo Amado*

1           Cerca de duas horas depois da divulgação dos atentados de terça-feira (22/03) em Bruxelas,  
 2 apareceu um vídeo no YouTube, sob a alegação de que seriam imagens do circuito fechado de televisão  
 3 (CCTV), mostrando uma explosão no aeroporto Zaventem, da cidade. As imagens rapidamente se  
 4 espalharam pelas redes sociais e foram divulgadas por alguns dos principais sites de notícias. Depois desse,  
 5 surgiu outro vídeo, supostamente mostrando uma explosão na estação de metrô Maelbeek, próxima ao  
 6 Parlamento Europeu, e ainda um outro, alegando ser do aeroporto.  
 7           Entretanto, nenhum dos vídeos era o que alegava ser. Os três vídeos eram gravações de 2011, dois  
 8 de um atentado ao aeroporto Domodedovo, de Moscou, e um de uma bomba que explodiu numa estação de  
 9 metrô de Minsk, capital da Belarus.  
 10          As imagens distorcidas dos cliques do circuito fechado de televisão foram convertidas de cor em  
 11 preto e branco, horizontalmente invertidas, novamente etiquetadas e postadas como se tivessem surgido dos  
 12 acontecimentos do dia. Embora a conta do YouTube que compartilhou as imagens com falsos objetivos tenha  
 13 sido rapidamente tirada do ar, outros veículos as reproduziram dizendo que eram de Bruxelas.  
 14          Os vídeos ilusórios são exemplos de um fenômeno que vem se tornando cada vez mais comum em  
 15 quase todas as matérias importantes que tratam de acontecimentos violentos e que ocorrem rapidamente.  
 16 Reportagens falsas ou ilusórias espalham-se rapidamente pelas redes sociais e são acessadas por  
 17 organizações jornalísticas respeitáveis, confundindo ainda mais um quadro já incrivelmente confuso.  
 18          A disseminação e divulgação de falsas informações não têm nada de novo, mas a internet tornou  
 19 mais fácil plantar matérias e provas falsas e ilusórias, que serão amplamente compartilhadas pelo Twitter e  
 20 pelo Facebook.  
 21          Alastair Reid, editor administrativo do site *First Draft*, que é uma coalizão de organizações que se  
 22 especializam em checar informações e conta com o apoio do Google, disse que parte do problema é que  
 23 qualquer pessoa que publique em plataformas como o Facebook tem a capacidade de atingir uma audiência  
 24 tão ampla quanto aquelas que são atingidas por uma organização jornalística. “Pode tratar-se de alguém  
 25 tentando desviar propositalmente a pauta jornalística por motivos políticos, ou muitas vezes são apenas  
 26 pessoas que querem os números, os cliques e os compartilhamentos porque querem fazer parte da conversa  
 27 ou da validade da informação”, disse ele. “Eles não têm quaisquer padrões de ética, mas têm o mesmo tipo  
 28 de distribuição.”  
 29          Nesse meio tempo, a rápida divulgação das notícias online e a concorrência com as redes sociais  
 30 também aumentaram a pressão sobre as organizações jornalísticas para serem as primeiras a divulgar cada  
 31 avanço, ao mesmo tempo em que eliminam alguns dos obstáculos que permitem informações equivocadas.  
 32          Uma página na web não só pode ser atualizada de maneira a eliminar qualquer vestígio de uma  
 33 mensagem falsa, mas, quando muitas pessoas apenas se limitam a registrar qual o website em que estão  
 34 lendo uma reportagem, a ameaça à reputação é significativamente menor que no jornal impresso. Em muitos  
 35 casos, um fragmento de informação, uma fotografia ou um vídeo são simplesmente bons demais para checar.  
 36          Alastair Reid disse: “Agora talvez haja mais pressão junto a algumas organizações para agirem  
 37 rapidamente, para clicar, para ser a primeira... E há, evidentemente, uma pressão comercial para ter aquele  
 38 vídeo fantástico, aquela foto fantástica, para ser de maior interesse jornalístico, mais compartilhável e tudo  
 39 isso pode se sobrepor ao desejo de ser certo.”

Adaptado de: <http://observatoriodaimprensa.com.br/terrorismo/videos-falsos-confundem-o-publico-e-a-imprensa/>.  
 (Publicado originalmente no jornal *The Guardian* em 23/3/2016. Acesso em 30/03/2016.)

Questão 26. De acordo com o texto,

- A ( ) a divulgação deliberada de informações e vídeos falsos pela internet é um comportamento antiético.
- B ( ) notícias veiculadas em redes sociais, como *Facebook* e *Twitter*, não merecem credibilidade por parte do leitor.
- C ( ) as adaptações feitas em fotos normalmente são grosseiras e, por isso, despertam a desconfiança dos leitores.
- D ( ) acontecimentos extremamente sérios são banalizados e propositalmente deturpados por organizações jornalísticas respeitáveis.
- E ( ) a concorrência acirrada pela audiência é a única responsável pela eventual divulgação de dados incorretos pela imprensa.



### COMPREENSÃO LEITORA

De acordo com o texto, a divulgação de vídeos ilusórios, disseminando informações falsas e “confundindo ainda mais um quadro já incrivelmente confuso”, constitui um comportamento antiético. Vale ressaltar que nem todo conteúdo veiculado pelo *Facebook* e *Twitter* deve ser descartado como falso. Outro aspecto que não encontra respaldo no texto é a ideia de que a única responsável pela eventual divulgação de dados incorretos pela imprensa é a audiência. No sexto parágrafo, o autor, ao fazer uso da citação para dar maior credibilidade aos seus argumentos, afirma que existem motivações políticas e não apenas desejo por audiência.

Resposta correta: (A)

Questão 27. De acordo com o texto, é **INCORRETO** afirmar que

- A ( ) a reputação de um jornal impresso é mais vulnerável do que a de uma página na *web* quanto à divulgação de notícias falsas.
- B ( ) interesses comerciais podem ser razões para a divulgação precipitada de fotos e vídeos na rede.
- C ( ) as organizações jornalísticas deveriam ter exclusividade na divulgação de fatos violentos, como atos terroristas.
- D ( ) falsas notícias são facilmente divulgadas e compartilhadas nas redes sociais por motivos diversos.
- E ( ) as organizações jornalísticas de credibilidade também são responsáveis pela divulgação de notícias falsas.



### COMPREENSÃO LEITORA

Considerando a leitura do texto, não encontra correspondência a afirmação de que as organizações jornalísticas deveriam ter exclusividade na divulgação de fatos violentos, como atos terroristas. Na verdade, o autor trata da divulgação de notícias falsas e as suas graves consequências, comprometendo a credibilidade dos sistemas de comunicação.

Resposta correta: (C)



**Questão 30.** Pode-se afirmar corretamente que tanto o Texto 1 quanto o Texto 2

- A ( ) condenam a forma como veículos de comunicação menosprezam seu público.
- B ( ) consideram que a mídia confunde o público com informações boas demais para serem questionadas.
- C ( ) atribuem às redes sociais da internet um papel fundamental na formação de opinião.
- D ( ) trazem exemplos de situações sensacionalistas utilizadas pela mídia.
- E ( ) mencionam mais de um tipo de mídia no desenvolvimento de sua argumentação.

 **Comenta**

**INTERPRETAÇÃO A PARTIR DA RELAÇÃO ENTRE OS TEXTOS 1 E 2**

Nos textos 1 e 2, discute-se a relação do público com a mídia. No texto 1, fala-se que a mídia é um importante instrumento de manipulação, o que, implicitamente, pode ser entendido como uma manipulação de seu público. No texto 2, não notamos a ideia de desprezo do público, conforme afirma a alternativa A. Não podemos afirmar, com base nos textos 1 e 2, que os veículos mencionados nos textos trazem informações boas demais para serem questionadas, como se diz na alternativa B. A discussão em torno das redes sociais ocorre no texto 2 e não podemos atribuir, a partir da leitura dos textos, um papel fundamental dessas redes na formação de opinião. Resta-nos, então, a alternativa E, que diz que tanto o texto 1 quanto o texto 2 mencionam mais de um tipo de mídia ao longo de sua argumentação. No texto 1, por exemplo, mencionam-se o rádio, o vídeo, o livro, o telejornal, etc.; no texto 2, mencionam-se o vídeo, as redes sociais, a televisão, os sites de notícia, os sites de busca, etc.. Acerta, portanto, quem marca a alternativa E.

**Resposta correta: (E)**

Observe a tirinha a seguir e responda as questões 31 e 32.

**CALVIN E HAROLDO**

**BY BILL WATTERSON**



[http://2.bp.blogspot.com/\\_wBWh8NQAZ78/TBWEMQ8147I/AAAAAAAAACE/zmFw9c8uAKk/s1600/Tirinha\\_Sensacionalismo.jpg](http://2.bp.blogspot.com/_wBWh8NQAZ78/TBWEMQ8147I/AAAAAAAAACE/zmFw9c8uAKk/s1600/Tirinha_Sensacionalismo.jpg)  
(Acesso em 12/05/2016)

**Questão 31.** Que atitude típica de parte do público televisivo é reproduzida por Calvin, o garoto da tirinha?

- A ( ) Assistir àquilo que critica.
- B ( ) Assistir somente àquilo que está na moda.
- C ( ) Mudar de opinião de acordo com o momento.
- D ( ) Não criticar aquilo a que assiste.
- E ( ) Interagir com o apresentador de TV.

 **Comenta**

**INTERPRETAÇÃO DE TEXTO**

Na tirinha de Calvin, notamos que o protagonista age contrariando a sua crítica, ou seja, assiste, assim como boa parte do público televisivo, àquilo que critica. Observemos que, nos dois primeiros quadros, Calvin critica o noticiário não informativo e o sensacionalismo barato; porém, mesmo assim, assiste à programação. Acerta, por isso, quem marcou A.

**Resposta correta: (A)**

**Questão 32.** Os dois primeiros quadros da tirinha criam no leitor uma expectativa de desfecho que não se concretiza, gerando daí o efeito de humor. Nesse contexto, a conjunção **e** estabelece a relação de

- A ( ) conclusão.  
D ( ) consequência.

- B ( ) explicação.  
E ( ) alternância.

- C ( ) oposição.



RELAÇÕES-LÓGICAS (SEMÂNTICA)

Na tirinha de Calvin, a expectativa criada no leitor é a de que Calvin não assiste à programação televisiva por não ser informativa e por valorizar o sensacionalismo barato. Porém, no último quadrinho (e daí o efeito de humor!), temos uma contradição: Calvin diz que adora a programação. Nesse contexto, então, percebemos que o conectivo “E” denota oposição. Acerta, por isso, quem marca a alternativa C.

Resposta correta: (C)



[http://4.bp.blogspot.com/-20adcvrO4Kw/U\\_4ga8lc56I/AAAAAAAAAAzQ/hq2oxMLA7yY/s1600/mafalda-1.jpg](http://4.bp.blogspot.com/-20adcvrO4Kw/U_4ga8lc56I/AAAAAAAAAAzQ/hq2oxMLA7yY/s1600/mafalda-1.jpg)  
(Acesso em 12/05/2016)

**Questão 33.** Considere as seguintes asserções:

- I. Mafalda atribui ao termo **domínio** um sentido diverso do veiculado pelo locutor da televisão.
- II. Na frase dita por Mafalda, o termo **público** constitui o sujeito responsável pela ação de dominar.
- III. A atitude e a fala de Mafalda demonstram que ela concorda com a ideia de que o público domina os acontecimentos.

Está(ão) correta(s)

- A ( ) apenas I.  
D ( ) apenas II.

- B ( ) apenas I e II.  
E ( ) apenas III.

- C ( ) I, II e III.



ANÁLISE GRAMÁTICO-TEXTUAL

O candidato deve analisar os aspectos constitutivos da tirinha em análise.

A primeira assertiva diz que a personagem Mafalda atribui ao termo **domínio** um sentido diferente do que é veiculado pelo locutor da televisão. Trata-se de uma informação verdadeira, pois o humor e a crítica da tira baseiam-se justamente nessa compreensão. Na fala do locutor, a expressão “domínio público” associa-se à ideia de que os acontecimentos são de conhecimento público. Na fala de Mafalda, a expressão “... é o público que domina os acontecimentos” utiliza o verbo “dominar” com a ideia de “controlar” (ter controle sobre acontecimentos).

A segunda assertiva é verdadeira, uma vez que Mafalda põe o público como sujeito da ação dominar.

A terceira assertiva é falsa, já que, pela atitude questionadora de Mafalda, é possível notar que ela critica o pai com base na ideia de ele acreditar que é o público que domina os acontecimentos. A atitude crítica por parte de Mafalda garante que ela não concorda com essa ideia.

**Resposta correta: (B)**

**Questão 34.** Analisando as duas tirinhas, **NÃO** se pode afirmar que

- A ( ) Calvin se revela incapaz de compreender o noticiário, diferentemente do pai de Mafalda.
- B ( ) Calvin e Mafalda, apesar de crianças, são críticos em relação ao conteúdo televisivo.
- C ( ) a reação de Calvin e a de Mafalda são diferentes diante do conteúdo televisivo.
- D ( ) ambas tratam da relação entre telespectador e mídia televisiva.
- E ( ) ambas apresentam personagens que questionam o noticiário veiculado pela TV.



### INTERPRETAÇÃO A PARTIR DA RELAÇÃO ENTRE TEXTOS

Tanto na tirinha de Calvin quanto na de Mafalda, o assunto é a relação entre mídia televisiva e telespectador. Em ambas as tirinhas, os protagonistas mostram-se críticos em relação à programação, mas há diferenças: Calvin assiste, mesmo criticando, à programação televisiva, e Mafalda renega, de fato, a programação, mostrando, assim, coerência entre discurso e ação. Não se pode afirmar, porém, que Calvin se revela incapaz de compreender o noticiário, diferentemente do pai de Mafalda. Notamos que ocorre exatamente o inverso. Acerta, por isso, quem marca a alternativa A.

**Resposta correta: (A)**

**Questão 35.** O livro *Memórias de um sargento de milícias*, de Manuel Antônio de Almeida, mostra como, no Brasil, os agentes do poder costumam, por vezes, confundir as esferas do público e do privado. Como afirma o narrador, no capítulo XLV: “Já naquele tempo (e dizem que é defeito nosso) o empenho, o compadresco, eram uma mola de todo o movimento social”. No enredo, isso é ilustrado pelo comportamento de Vidigal, que

- A ( ) teve, na infância, uma educação familiar muito permissiva, que lhe afrouxou o caráter.
- B ( ) sempre foi, desde menino, resistente aos valores éticos ensinados pela escola e pela Igreja.
- C ( ) teve expostas suas desventuras amorosas, sendo, muitas vezes, objeto da chacota coletiva.
- D ( ) optou, por interesse, pela carreira de meirinho, respeitada e promissora na época.
- E ( ) revelou ter um caráter não tão rígido ao ceder aos apelos de sua amante.



### ANÁLISE DO ROMANCE “MEMÓRIAS DE UM SARGENTO DE MILÍCIAS”

Centrado no Rio de Janeiro, no início do século XIX, o romance, embora considerado romântico, é de transição, adiantando características que viriam a figurar o realismo brasileiro. Seu protagonista, Leonardo, é um herói picaresco, de comportamento questionável, filho de uma “pisadela e de um beliscão”, que cresce, tornando-se um malandro. O Major Vidigal, a voz da lei na cidade, como fica claro no comentário do capítulo XLV, age conforme critérios que satisfazem a sua vontade, retratando a sociedade brasileira como “Era no tempo do Rei”. Sendo Leonardo, em dado momento da trama, preso, sua soltura se deve aos apelos de uma antiga amante de Vidigal, Maria-Regalada, que, em troca de afetos, corrompe o Major, conseguindo, ainda, que Leonardo seja promovido a Sargento.

**Resposta correta: (E)**

**Questão 36.** Na ficção romântica, em geral, o destino das personagens femininas é a felicidade pelo casamento ou a morte trágica. Nesse aspecto, *Til*, de José de Alencar, traz um final inovador, resultante do amadurecimento de Berta após conhecer a história de Besita, sua mãe. Podemos afirmar isso acerca do romance em questão, pois Berta

- A ( ) recusa-se a se casar com Miguel quando descobre ser filha incôgnita de Luís Galvão.
- B ( ) abre mão do casamento, ainda que com algum sofrimento, optando por cuidar de Zana e Brás.
- C ( ) aceita ser reconhecida legalmente como filha por Luís Galvão, mostrando-se mais flexível que a mãe.
- D ( ) enfrenta o assédio de Jão Fera, que violentou Besita.
- E ( ) assassina Ribeiro, como vingança pela morte da mãe.



### ROMANCE *TIL* DE JOSÉ DE ALENCAR

Publicado em 1872, *Til* centra sua trama em uma fazenda no interior paulista, no ano de 1846. Berta, a protagonista, fora criada por Nhá Tudinha, após a morte de sua mãe, Besita, assassinada pelo esposo, Ribeiro, ao descobrir que fora traído, sendo Berta filha de Luís Galvão, um importante fazendeiro da região.

Ao descobrir toda a verdade sobre seu passado, rejeita a paternidade de Luís Galvão, que, na verdade, aproveitou-se de Besita, deitando-se em seu leito, sem que ela soubesse não ser ele o esposo, Ribeiro. Assume, então, por função cuidar de Brás, o deficiente mental, sobrinho de Luís Galvão, e de Zana, a negra que ficava louca ao presenciar o assassinato de Besita, sua ama. Assim, abre mão de casar-se com Miguel, uma vez que sua amiga, Linda, filha de Luís Galvão, á também apaixonada por ele. Tal fato, incomum para um romance romântico, marca a transformação da personagem, resultante de seu amadurecimento.

**Resposta correta: (B)**

**Questão 37.** O romance *Fogo morto*, de José Lins do Rego, apresenta um amplo painel social do interior paraibano no final do século XIX. Acerca das personagens, é correto dizer que

- A ( ) os três principais senhores de engenho retratados são o Coronel Lula de Holanda, o Capitão José Paulino e o mestre José Amaro.
- B ( ) o Coronel Lula de Holanda, explorando os escravos e tomando as terras de José Amaro, tornou-se o mais rico da Paraíba.
- C ( ) o Capitão Vitorino é uma figura quixotesca, pois, mesmo ridicularizado pelo povo, luta contra os desmandos das autoridades.
- D ( ) o líder cangaceiro Antônio Silvino consegue, no final, acabar com a injustiça praticada pelos senhores de engenho.
- E ( ) o mestre José Amaro decide entrar para o bando de Antônio Silvino para se vingar do Coronel Lula de Holanda pelo que ele lhe fez.



### LITERATURA – ROMANCE MODERNISTA DE 30

Narrado em terceira pessoa, o romance *Fogo Morto* é dividido em três partes, que trazem nos seus títulos os nomes das personagens principais: “O mestre José Amaro”, “O Engenho de Seu Lula” e “O Capitão Vitorino”. Tais personagens são tipos representativas de realidade social e econômica em que se encontram os engenhos de cana-de-açúcar, destacando a decadência dessa cultura no processo histórico brasileiro. Acerca das personagens retratadas na obra, merece destaque a figura do Capitão Vitorino, personagem que incorpora a imagem quixotesca, que, embora vítima de agressões e da ridicularização do povo, alimenta esperanças na justiça e luta contra os desmandos das autoridades.

**Resposta correta: (C)**

**Questão 38.** Sobre o poema de Manuel Bandeira,

***Irene no céu***

Irene preta  
Irene boa  
Irene sempre de bom humor.

Imagino Irene entrando no céu:  
- Licença, meu branco!  
E São Pedro bonachão:  
- Entra, Irene. Você não precisa  
pedir licença.

(Em: *Libertinagem*. Rio de Janeiro: Pongetti, 1930.)

é **INCORRETO** afirmar que a relação afetiva entre o sujeito lírico e Irene

- A ( ) faz com que a descrição dela seja permeada pela visão carinhosa dele.
- B ( ) torna a linguagem mais coloquial, espelhando a ligação afetiva dos dois.
- C ( ) é responsável pelo tratamento informal dado a uma entidade religiosa.
- D ( ) é um mero disfarce da desigualdade entre brancos e negros.
- E ( ) é, na visão dele, compartilhada até mesmo por São Pedro.



**INTERPRETAÇÃO DE POEMAS**

Manuel Bandeira, expoente da poesia modernista brasileira, imprimiu em sua obra temas cotidianos, alternando uma estética mais simples e, por vezes, tradicional, uma vez que, embora com um estilo conciso e direto, sua origem poética esteja no parnasianismo.

O poema “Irene no Céu” expõe um ponto de vista carinhoso do sujeito lírico em relação a Irene, utilizando uma linguagem coloquial e um tratamento informal, dada a proximidade entre ambos. Não há, entretanto, disfarce da igualdade entre brancos e negros devido a relação entre sujeito lírico e Irene, ao contrário, a cor “preta” remete a um país miscigenado, cujos cidadãos, brancos ou negros, são portadores de bons sentimentos e de bom humor.

**Resposta correta: (D)**

**Questão 39.** O poema abaixo é de Alcides Villaça.

***Bach no céu***

*Para Manuel Bandeira*

Imagino Johann Sebastian Bach entrando no céu:

- Com licença, São Pedro?  
- Faz favor, João. Só não repare a bagunça.

(Em: *Ondas curtas*. São Paulo: Cosac Naify, 2014.)

Dada a explícita relação intertextual entre *Bach no céu* e *Irene no céu*, é correto afirmar que

- A ( ) *Bach no céu*, por ser um poema dedicado a um grande compositor, se opõe frontalmente ao primeiro poema, dedicado a uma mulher simples.
- B ( ) a linguagem, no poema de Villaça, é formal porque ele retrata um grande compositor.
- C ( ) inexistente afetividade em *Bach no céu*, pois o sujeito lírico não conheceu Bach pessoalmente.
- D ( ) a admiração do sujeito lírico por Bach não é, na visão dele, compartilhada por São Pedro.
- E ( ) *Bach no céu* homenageia, ao mesmo tempo, Johann Sebastian Bach e Manuel Bandeira.



## INTERPRETAÇÃO DE POEMA

A relação intertextual entre os poemas de Manuel Bandeira, “Irene no Céu”, e de Alcides Villaça, “Bach no Céu”, permite-nos considerar que o segundo retoma o primeiro, uma vez que o sujeito lírico endereça-o a Manuel Bandeira, aludindo à entrada de sua “Irene” no céu, substituindo-a pelo músico Johann Sebastian Bach.

Percebe-se nos versos, assim como no poema de Bandeira, uma linguagem simples, cujas figuras centrais mantêm uma relação de proximidade com São Pedro, sendo por ele admirados.

Desse modo, “Bach no Céu” homenageia o músico Bach e Manuel Bandeira, ao mesmo tempo.

**Resposta correta: (E)**

**Questão 40.** No poema de Maria Lúcia Alvim intitulado *Frasco de âmbar*, que possui uma atmosfera muito feminina,

- I. a voz lírica expressa-se de modo sentimental – daí o ponto de exclamação – revelando forte afeto do “eu” em relação ao “tu”.
- II. a fala dirigida ao objeto contém um lamento pela sua perda, ocorrida apesar de todo o cuidado e apego que a ele foram dedicados.
- III. o teor metafórico do poema se reforça na associação estabelecida entre a volatilidade do perfume e o sentimento amoroso.

### *Frasco de âmbar*

À força de guardar-te  
evaporaste!

(Em: *Vivenda*. São Paulo: Duas Cidades, 1989.)

Está(ão) correta(s)

- A ( ) apenas I.  
D ( ) apenas II e III.

- B ( ) apenas I e II.  
E ( ) todas.

- C ( ) apenas II.



## ANÁLISE INTERPRETATIVA DO TEXTO POÉTICO

A questão observa os aspectos constitutivos do poema *Frasco de âmbar*, de Maria Lúcia Alvim.

A primeira assertiva é verdadeira. A maneira sentimental como o eu lírico se expressa é baseada no contraste estabelecido entre o zelo pelo sentimento (tão efêmero quanto um perfume que se evapora) e a perda metaforizada na imagem do perfume que se evaporou. O ponto de exclamação confere à atitude do eu lírico um tom emocional.

A segunda assertiva é verdadeira a partir do instante em que se percebe o teor do verso “À força de guardar-te”, que indica o esforço do eu lírico em preservar o ente amado. O poema, em sua expressiva brevidade formal, apoia-se na expressão de lamentação em face do infortúnio de perder a pessoa amada.

A terceira assertiva é verdadeira, uma vez que a efemeridade do sentimento amoroso é comparada à volatilidade do perfume (âmbar).

**Resposta correta: (E)**

## REDAÇÃO

## INSTRUÇÕES PARA A REDAÇÃO

Os textos e tirinhas lidos na prova tratam de um assunto em comum, focalizando, porém, diferentes aspectos. Tomando por base esse material, elabore um texto dissertativo em prosa, sustentando um ponto de vista sobre um desses aspectos.

- Não copie nem parafraseie os textos desta prova.
- Utilize apenas caneta azul ou preta e a folha própria para a redação, respeitando os limites das linhas.
- Use os espaços em branco destas provas como rascunho.
- A banca examinadora aceitará qualquer posicionamento ideológico do candidato.

Na avaliação de sua redação, serão considerados:

- a) clareza e consistência dos argumentos em defesa de um ponto de vista sobre o tema,
- b) coesão e coerência do texto e
- c) domínio do português padrão.



O Vestibular 2017 do Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA) exigiu do candidato a interpretação de dois textos apresentados na prova de Português, além de duas tirinhas. Esses textos abordavam, sob diferentes aspectos, **a influência exercida pela mídia**, já que o Texto 1 refere-se à manipulação que a mídia exerce sobre a população e o Texto 2 fala sobre a veracidade de informações divulgadas na internet, principalmente nas redes sociais.

A partir dessas informações, o candidato deveria elaborar um texto dissertativo-argumentativo, posicionando-se sobre um dos aspectos abordados nos textos, ou seja, sobre o poder de manipulação exercido pela mídia ou sobre a veracidade de informações nos veículos midiáticos.

Com isso, seria interessante produzir uma introdução apresentando o tema, de modo a contextualizar o leitor sobre o assunto que será discutido no desenvolvimento do texto, e posicionando-se, por exemplo, sobre os malefícios da manipulação midiática e da falta de veracidade das informações veiculadas na mídia.

No desenvolvimento do texto, o aluno deve ratificar o posicionamento defendido na introdução, podendo utilizar uma estrutura de argumentação que relacione as causas e as consequências dessa situação-problema. Assim, pode-se apresentar como causa dessa situação uma educação escolar que não forma corretamente o senso crítico dos jovens, não os preparando para a convivência com as informações veiculadas na mídia. Esses jovens não estão sendo educados para checar a veracidade de informações às quais estão expostos na Era da informação. Ademais, as crianças estão sendo expostas à mídia, televisiva e digital, cada vez mais cedo, o que pode ser prejudicial à formação do senso crítico, já que, segundo Mario Sergio Cortela, essas crianças, antes de iniciar a vida escolar, já estiveram expostas a mais de 1000 horas de programação televisiva.

Em virtude dessa falta de formação crítica, as pessoas não estão conseguindo lidar com a grande quantidade e velocidade com que as informações estão sendo propagadas. Essa situação tem causado a disponibilização e o consumo de informações superficiais, sem preocupação com fonte dessas informações, o que pode gerar uma sociedade facilmente manipulada. Outro malefício é o fato de boa parte das informações veiculadas na mídia digital não serem verdadeiras. Isso é decorrente da facilidade de acesso a essas mídias digitais, já que muitas pessoas podem se tornar produtoras de informações que são facilmente propagadas e que ganham uma ampla audiência. Um exemplo dessa situação foi a disponibilização, por meio da rede social Twitter, de uma falsa informação sobre o suposto vazamento do tema da prova de redação do Enem em 2015, o que foi rapidamente negado pelo Ministério da Educação, por meio de suas redes sociais. Essa situação ilustra bem como a mídia digital, principalmente as redes sociais, tem uma grande influência e uma vasta repercussão, atingindo várias pessoas rapidamente.

Por fim, a conclusão do texto deve sintetizar os argumentos do desenvolvimento, retomando o posicionamento discutido no decorrer da argumentação. Outra forma de concluir o texto seria dar uma sintética proposta de intervenção, mostrando como diminuir a influência exercida pela mídia. Essa solução deve tratar a educação como principal fator, já que o desenvolvimento de um senso crítico que leve a pessoa a questionar a veracidade das informações seria uma ótima forma de diminuir o poder de manipulação da mídia e minimizar os efeitos da ampla divulgação de informações falsas. Para isso, seria interessante uma maior disponibilização de aulas de Sociologia e Filosofia, que abordem essa temática, com a finalidade de formar cidadãos mais críticos. Além disso, a família poderia ser citada como uma instituição formadora de caráter, a qual pode evitar a exposição precoce dos filhos à mídia.

Desse modo, a prova de Redação do ITA abordou um tema de ampla importância social, o qual foi muito bem contextualizado pelos textos da prova de Português. Ademais, a temática alerta para uma situação-problema recorrente na contemporaneidade, levando os candidatos do vestibular a refletirem criticamente sobre o meio social no qual estão inseridos.

**MATEMÁTICA**

**Questão 1.** Sejam  $X$  e  $Y$  dois conjuntos finitos com  $X \subset Y$  e  $X \neq Y$ . Considere as seguintes afirmações:

- I. Existe uma bijeção  $f : X \rightarrow Y$ .
- II. Existe uma função injetora  $g : Y \rightarrow X$ .
- III. O número de funções injetoras  $f : X \rightarrow Y$  é igual ao número de funções sobrejetoras  $g : Y \rightarrow X$ .

É (são) verdadeira(s)

- A  nenhuma delas.
- D  apenas I e II.

- B  apenas I.
- E  todas.

- C  apenas III.



**CONJUNTOS E FUNÇÕES**

Como  $x, y$  são finitos,  $x \subset y$  e  $x \neq y$ , então  $n(x) < n(y)$

- (I) Falso, pois se existisse uma bijeção  $f : x \rightarrow y$ , teríamos  $n(x) = n(y)$ , o que não ocorre.
- (II) Falso, pois se existisse uma função injetora  $g : y \rightarrow x$ , teríamos  $n(y) \leq n(x)$ , o que não ocorre.
- (III) Falso:

Tomemos, por exemplo,  $x = \{1, 2\}$  e  $y = \{1, 2, 3, 4\}$ . O número de funções injetoras  $f : x \rightarrow y$  é, e o número

$$\begin{matrix} 4 & \cdot & 3 & = & 12 \\ \uparrow & & \uparrow & & \\ f(1) & & f(2) \neq f(1) & & \end{matrix}$$

de funções sobrejetoras  $g : y \rightarrow x$  é

$$\begin{matrix} 2^4 & - & 2 & = & 14. \\ \uparrow & & \uparrow & & \\ \text{Total de funções} & & g(x) = 1, \forall x & & \\ g : y \rightarrow x \text{ quaisquer} & & g(x) = 2, \forall x & & \end{matrix}$$

Como  $12 \neq 14$ , segue o resultado.

**Resposta correta: (A)**

**Questão 2.** O número de soluções da equação  $(1 + \sec\theta)(1 + \operatorname{cosec}\theta) = 0$ , com  $\theta \in [-\pi, \pi]$ , é

A ( ) 0.

B ( ) 1.

C ( ) 2.

D ( ) 3.

E ( ) 4.



**TRIGONOMETRIA**

$$(1 + \sec \theta) \cdot (1 + \operatorname{cosec} \theta) = 0;$$

$$\sec \theta = -1 \quad \text{ou} \quad \operatorname{cosec} \theta = -1.$$

$$\cos \theta = -1 \quad \text{ou} \quad \operatorname{sen} \theta = -1$$

$$\cos \theta = \cos -\pi \quad \text{ou} \quad \operatorname{sen} \theta = \operatorname{sen} \frac{3\pi}{2}$$

$$\theta = -\pi + 2k\pi$$

$$\theta = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi$$

$p/k = 0$ , temos:

ou

$$\theta = -\pi$$

$$\theta = \pi - \frac{3\pi}{2} + 2k\pi$$

$p/k = 1$ , temos:

$$\theta = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi$$

$$\theta = \pi$$

$p/k = 0$ , temos:

$$\theta = \frac{3\pi}{2} \text{ (não satisfaz)}$$

$$\theta = -\frac{\pi}{2}$$

Portanto, o conjunto solução é vazio.

**Resposta correta: (A)**

**Questão 3.** Sejam  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ . Suponha que  $a, b, c, d$  formem, nesta ordem, uma progressão geométrica e que  $a, b/2, c/4, d - 140$  formem, nesta ordem, uma progressão aritmética. Então, o valor de  $d - b$  é

A ( ) -140.

B ( ) -120.

C ( ) 0.

D ( ) 120.

E ( ) 140.



**PROGRESSÕES**

Sejam  $r$  e  $q$  as razões da PA e da PG, respectivamente. Das informações do problema, temos:

$$b = aq, c = aq^2, d = aq^3 \text{ e } \frac{b}{2} = a + r \text{ (1), } \frac{c}{4} = a + 2r \text{ (2), } d - 140 = a + 3r \text{ (3)}$$

Substituindo o valor de  $b$  em (1), temos:

$$\frac{aq}{2} = a + r \Rightarrow r = a \left( \frac{q-2}{2} \right) (*)$$

Substituindo o valor de  $c$  em (2) e usando (\*)

$\frac{aq^2}{4} = a + a(q-2) = a(q-1) \Rightarrow a = 0$  (Nesse caso,  $b = c = d = 0$ , donde  $(a, b/2, c/2, d - 140) = (0, 0, 0, -140)$  não seria uma PA, absurdo) ou  $\frac{q^2}{4} = q - 1 \Rightarrow \boxed{q=2}$ . Logo, de (\*),  $\boxed{r=0}$ , e com isso  $b = 2a, c = 4a, d = 8a$ , donde a nossa PA é  $(a, a, a, 8a - 140)$ . Disso, conclui-se que  $8a - 140 = a$ , o que implica  $a = 20, b = 40, c = 80, d = 160$ , donde  $d - b = 120$ .

**Resposta correta: (D)**

**Questão 4.** O maior valor de  $\operatorname{tg} x$ , com  $x = \frac{1}{2} \operatorname{arcsen}(\frac{3}{5})$  e  $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$ , é

A ( ) 1/4.

B ( ) 1/3.

C ( ) 1/2.

D ( ) 2.

E ( ) 3.



**TRIGONOMETRIA**

Temos:

$$2x = \operatorname{arcsen}\left(\frac{3}{5}\right) \rightarrow \operatorname{sen} 2x = \frac{3}{5} \text{ e } 2x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \rightarrow x \in \left[0, \frac{\pi}{4}\right]$$

Daí, obtemos:

$$\operatorname{sen} 2x = \frac{3}{5} \text{ e } \operatorname{cos} 2x = \frac{4}{5} \rightarrow \operatorname{tg} 2x = \frac{3}{4} \rightarrow \frac{2\operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg}^2 x} = \frac{3}{4} \rightarrow 3\operatorname{tg}^2 x + 8\operatorname{tg} x - 3 = 0$$

Resolvendo, encontramos:

$$\operatorname{tg} x = -3 \text{ (absurdo, já que } x \in [0, \frac{\pi}{4}])$$

ou

$$\operatorname{tg} x = \frac{1}{3} \text{ (valor desejado)}$$

Portanto, o único valor de  $\operatorname{tg} x$  é  $\frac{1}{3}$ .

**Resposta correta: (B)**

**Questão 5.** Considere a reta  $r: y = 2x$ . Seja  $A = (3, 3)$  o vértice de um quadrado  $ABCD$ , cuja diagonal  $\overline{BD}$  está contida em  $r$ . A área deste quadrado é

A ( )  $\frac{9}{5}$ .

B ( )  $\frac{12}{5}$ .

C ( )  $\frac{18}{5}$ .

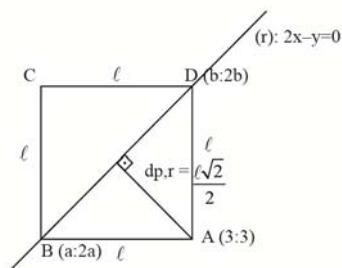
D ( )  $\frac{21}{5}$ .

E ( )  $\frac{24}{5}$ .



GEOMETRIA ANALÍTICA

De acordo com o enunciado, temos:



$$d_{p,r} = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$\frac{\ell\sqrt{2}}{2} = \frac{|2 \cdot 3 - 1 \cdot 3 + 0|}{\sqrt{4 + 1}} \rightarrow \frac{\ell\sqrt{2}}{2} = \frac{3}{\sqrt{5}} \rightarrow \ell = \frac{6}{\sqrt{10}}$$

Com isto:

$$A_D = \ell^2 \rightarrow A_D = \frac{36}{10}$$

Portanto:

$$A_D = \frac{18}{5} \text{ u.a.}$$

Resposta correta: (C)

Questão 6. Considere o sistema de equações

$$S \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{27}{y^2} + \frac{8}{z^3} = 3 \\ \frac{4}{x} + \frac{81}{y^2} + \frac{40}{z^3} = 10 \\ \frac{2}{x} + \frac{54}{y^2} + \frac{24}{z^3} = 7 \end{cases}$$

Se  $(x, y, z)$  é uma solução real de  $S$ , então  $|x| + |y| + |z|$  é igual a

A ( ) 0.

B ( ) 3.

C ( ) 6.

D ( ) 9.

E ( ) 12.



SISTEMAS LINEARES

Denote  $u = \frac{1}{x}$ ;  $v = \frac{27}{y^2}$ ;  $w = \frac{8}{z^3}$ . Assim, nosso sistema fica:

$$\begin{cases} u + v + w = 3 & (1) \\ 4u + 3v + 5w = 10 & (2) \\ 2u + 2v + 3w = 7 & (3) \end{cases}$$

$$(3) - 2 \cdot (1) \Rightarrow w = 7 - 2 \cdot 3 \therefore \boxed{w=1} \Rightarrow \begin{cases} u + v = 2 & (1') \\ 4u + 3v = 5 & (2') \end{cases}$$

$$(2') - 3 \cdot (1') \Rightarrow u = 5 - 3 \cdot 2 \therefore \boxed{u=-1} \Rightarrow \text{Em } (1'), \boxed{v=3}.$$

Assim:  $\frac{1}{x} = -1$ ;  $\frac{27}{y^2} = 3$ ;  $\frac{8}{z^3} = 1 \Rightarrow x = -1$ ;  $y^2 = 9$ ;  $z^3 = 8$

$\Rightarrow$  Como  $x, y, z \in \mathbb{R}$ , temos:  $(x, y, z) = (-1, 3, 2)$  ou  $(-1, -3, 2)$ , em que  $|x| + |y| + |z| = 1 + 3 + 2 = 6$ .

Resposta correta: (C)

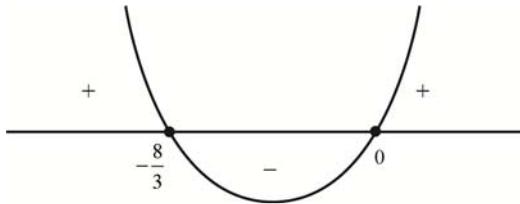
Questão 7. O número de soluções inteiras da inequação  $0 \leq x^2 - |3x^2 + 8x| \leq 2$  é

- A ( ) 1.      B ( ) 2.      C ( ) 3.      D ( ) 4.      E ( ) 5.



INEQUAÇÕES MODULARES

A seguir, temos o estudo do sinal do polinômio  $3x^2 + 8x$ .



1º caso: se  $x \leq -\frac{8}{3}$  ou  $x \geq 0$ , tem-se:

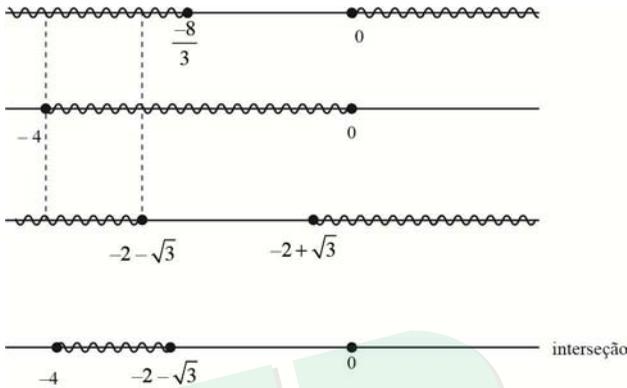
$$\begin{aligned} 0 &\leq x^2 - 3x^2 - 8x \leq 2 \\ \boxed{0 \leq -2x^2 - 8x \leq 2} \end{aligned}$$

Resolvendo a dupla desigualdade, obtemos:

i)  $-2x^2 - 8x \geq 0 \rightarrow -4 \leq x \leq 0$

ii)  $-2x^2 - 8x \leq 2 \rightarrow 2x^2 + 8x + 2 \geq 0 \rightarrow x \leq -2 - \sqrt{3}$  ou  $x \geq -2 + \sqrt{3}$

Fazendo a interseção, encontramos:



Soluções inteiras do 1º caso:  $-4$  e  $0$

• 2º caso: se  $-\frac{8}{3} < x < 0$ , tem-se:

$$0 \leq x^2 + 3x^2 + 8x \leq 2$$

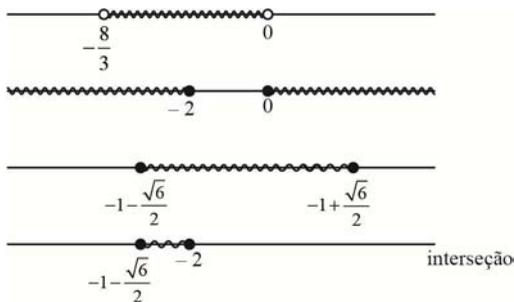
$$0 \leq 4x^2 + 8x \leq 2$$

Resolvendo a dupla da desigualdade, obtemos:

i)  $4x^2 + 8x \geq 0 \rightarrow x \leq -2$  ou  $x \geq 0$

ii)  $4x^2 + 8x \leq 2 \rightarrow 2x^2 + 4x - 1 \leq 0 \rightarrow -1 - \frac{\sqrt{6}}{2} \leq x \leq -1 + \frac{\sqrt{6}}{2}$

Fazendo a interseção, encontramos:



Soluções inteiras do 2º caso:  $-2$

Portanto, a inequação  $0 \leq x^2 - |3x^2 + 8x| \leq 2$  admite três soluções inteiras, a saber:  $-2, -4$  e  $0$ .

**Resposta correta: (C)**

**Questão 8.** Sejam  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  e  $B = \{-1, -2, -3, -4, -5\}$ . Se  $C = \{xy : x \in A \text{ e } y \in B\}$ , então o número de elementos de  $C$  é

- A ( ) 10.      B ( ) 11.      C ( ) 12.      D ( ) 13.      E ( ) 14.



**PRODUTO CARTESIANO**

Como  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  e  $B = \{-1, -2, -3, -4, -5\} \Rightarrow$  Todos os elementos  $x \cdot y$ , com  $x \in A$  e  $y \in B$  serão negativos.

Assim, listando as possibilidades, temos que:

$$C = \{-1, -2, -3, -4, -5, -6, -8, -10, -9, -12, -15, -16, -20, -25\}$$

$$\Rightarrow |C| = 14$$

**Resposta correta: (E)**

**Questão 9.** Sejam  $S_1 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq ||x| - 1|\}$  e  $S_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + (y + 1)^2 \leq 25\}$ . A área da região  $S_1 \cap S_2$  é

- A ( )  $\frac{25}{4}\pi - 2$ .      B ( )  $\frac{25}{4}\pi - 1$ .      C ( )  $\frac{25}{4}\pi$ .      D ( )  $\frac{75}{4}\pi - 1$ .      E ( )  $\frac{75}{4}\pi - 2$ .



**GRÁFICOS DE FUNÇÕES, ÁREAS**

Vamos inicialmente fazer um esboço gráfico da função  $y = ||x| - 1|$

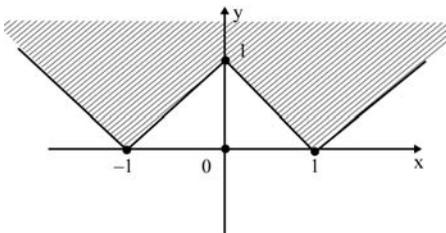
Se  $x \geq 1$ , então  $y = ||x| - 1| = |x - 1| = x - 1$ ;

Se  $0 \leq x \leq 1$ , então  $y = ||x| - 1| = |x - 1| = 1 - x$ ;

Se  $-1 \leq x \leq 0$ , então  $y = ||x| - 1| = |-x - 1| = 1 + x$

Se  $x \leq -1$ , então  $y = ||x| - 1| = |-x - 1| = -x - 1$

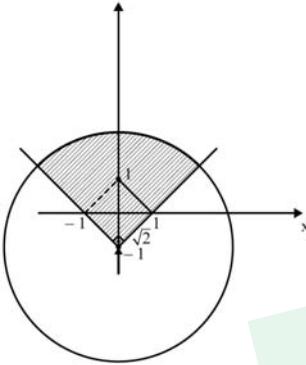
Logo, o seu gráfico é o esboçado assim:



A área hachurada corresponde à região  $y \geq ||x|-1|$ , ou seja, a  $S_1$ . Ademais  $S_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + (y+1)^2 \leq 25\}$  é um círculo de centro  $(0, -1)$  e raio 5.

Veja que  $S_1 \cap S_2$  é um setor circular de  $90^\circ$ , (já que as retas  $y = -x - 1$  e  $y = x - 1$  são perpendiculares e se encontram em  $(0, -1)$ , centro de  $S_2$ ), com um quadrado de lado  $\sqrt{2}$  retirado dele.

Logo, a área de  $S_1 \cap S_2$  é igual a:  $\frac{\pi \cdot 5^2}{4} - (\sqrt{2})^2 = \frac{25\pi}{4} - 2$



**Resposta correta: (A)**

**Questão 10.** Sejam  $a, b, c, d$  números reais positivos e diferentes de 1. Das afirmações:

I.  $a^{(\log_c b)} = b^{(\log_c a)}$ .

II.  $\left(\frac{a}{b}\right)^{\log_d c} \left(\frac{b}{c}\right)^{\log_d a} \left(\frac{c}{a}\right)^{\log_d b} = 1$ .

III.  $\log_{ab}(bc) = \log_a c$

é (são) verdadeira(s)

A ( ) apenas I.

B ( ) apenas II.

C ( ) apenas I e II.

D ( ) apenas II e III.

E ( ) todas.



**LOGARITMO**

I. Verdadeiro, pois:

$$a^{\log_c b} = x \rightarrow \log_b a^{\log_c b} = \log_b x \rightarrow$$

$$\log_c b \cdot \log_b a = \log_b x$$

Por mudança de base:

$$\log_c a = \log_b x \rightarrow b^{\log_c a} = x$$

Portanto:  $a^{\log_c b} = b^{\log_c a}$

II. Verdadeiro, pois:

$$\frac{a^{\log_d c}}{b^{\log_d c}} \cdot \frac{b^{\log_c a}}{c^{\log_c a}} \cdot \frac{c^{\log_a b}}{a^{\log_a b}} =$$

$$= \frac{c^{\log_d a}}{c^{\log_d d}} \cdot \frac{a^{\log_c b}}{c^{\log_c a}} \cdot \frac{c^{\log_a b}}{a^{\log_a b}} = 1$$

III. Falsa, pois:

Se  $a = 2$ ,  $b = 4$  e  $c = 8$ , temos:

$$\log_{ab} bc = \log_8 32 = \log_2 2^5 = \frac{5}{3}$$

$$\log_a c = \log_2 8 = 3$$

Logo:

$$\log_{ab} bc \neq \log_a c$$

Resposta correta: (C)

Questão 11. Sejam  $D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$  e  $P = \begin{bmatrix} 7 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 5 \end{bmatrix}$

Considere  $A = P^{-1}DP$ . O valor de  $\det(A^2 + A)$  é

A ( ) 144.

B ( ) 180.

C ( ) 240.

D ( ) 324.

E ( ) 360.



MATRIZES E DETERMINANTES

Do enunciado, tem-se:

$$A = P^{-1} \cdot D \cdot P$$

Então:

$$A^2 + A = A^2 + A \cdot I = A \cdot (A + I)$$

$$A^2 + A = P^{-1} \cdot D \cdot P (P^{-1} \cdot D \cdot P + P^{-1} \cdot P)$$

$$A^2 + A = P^{-1} \cdot D \cdot P \cdot P^{-1} (D \cdot P + P)$$

$$A^2 + A = P^{-1} \cdot D \cdot I \cdot (D \cdot P + I \cdot P)$$

$$A^2 + A = P^{-1} \cdot D \cdot (D + I) \cdot P$$

Por Binet, vem:

$$\det(A^2 + A) = \det(P^{-1}) \cdot \det(D) \cdot \det(D + I) \cdot \det(P)$$

Como  $\det(P^{-1}) \cdot \det(P) = 1^1$ , segue que:

$$\det(A^2 + A) = \det(D) \cdot \det(D + I)$$

Veja que:

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \longrightarrow D + I = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

Portanto:

$$\det(A^2 + A) = 6 \cdot 24 = 144$$

**Resposta correta: (A)**

**Questão 12.** Considere dois círculos no primeiro quadrante:

- $C_1$  com centro  $(x_1, y_1)$ , raio  $r_1$  e área  $\frac{\pi}{16}$ .
- $C_2$  com centro  $(x_2, y_2)$ , raio  $r_2$  e área  $144\pi$ .

Sabendo que  $(x_1, y_1, r_1)$  e  $(x_2, y_2, r_2)$  são duas progressões geométricas com somas dos termos iguais a  $\frac{7}{4}$  e 21, respectivamente, então a distância entre os centros de  $C_1$  e  $C_2$  é igual a

$$A ( ) \frac{\sqrt{123}}{2} \quad B ( ) \frac{\sqrt{129}}{2} \quad C ( ) \frac{\sqrt{131}}{2} \quad D ( ) \frac{\sqrt{135}}{2} \quad E ( ) \frac{\sqrt{137}}{2}$$



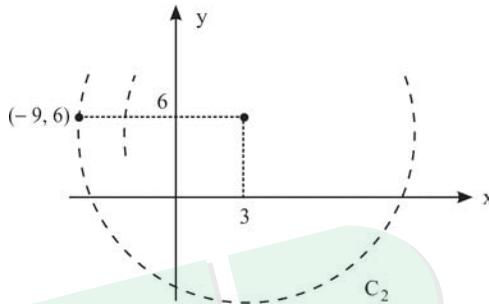
### PROGRESSÕES GEOMÉTRICAS, GEOMETRIA ANALÍTICA

- i) Como  $C_1$  tem área  $\frac{\pi}{16}$  e raio  $r_1$ , então  $\frac{\pi}{16} = \pi \cdot r_1^2 \Rightarrow r_1 = \frac{1}{4}$   
 Como  $C_2$  tem área  $144\pi$  e raio  $r_2$ , então  $144\pi = \pi \cdot r_2^2 \Rightarrow r_2 = 12$
- ii) Como  $(x_1, y_1, \frac{1}{4})$  é P.G. de soma  $\frac{7}{4}$ , então  $(\frac{1}{4}, y_1, x_1)$  também é P.G. (de razão inversa) de soma  $\frac{7}{4}$ .  
 Logo, se  $y_1 = \frac{1}{4}q$  e  $x_1 = \frac{1}{4}q^2$ , temos  $\frac{7}{4} = \frac{1}{4}(1+q+q^2) \Rightarrow q^2 + q - 6 = 0 \Rightarrow q = 2$  ou  $q = -3$ .  
 O último caso é impossível, pois, se fosse possível, teríamos  $(x_1, y_1) = (\frac{9}{4}, -\frac{3}{4})$  fora do 1º quadrante, um absurdo.  
 Assim,  $q = 2 \Rightarrow (x_1, y_1) = (1, \frac{1}{2})$ .
- iii) Como  $(x_2, y_2, 12)$  é P.G. de soma 21, então  $(12, y_2, x_2)$  também é P.G. (de razão inversa) de soma 21.  
 Logo, se  $y_2 = 12q$  e  $x_2 = 12q^2$ , temos  $21 = 12(1+q+q^2) \Rightarrow q^2 + q - \frac{3}{4} = 0 \Rightarrow q = \frac{1}{2}$  ou  $q = -\frac{3}{2}$ .  
 O último caso é impossível, pois se fosse possível, teríamos  $(x_2, y_2) = (27, -18)$  fora do 1º quadrante, um absurdo.

Assim,  $q = \frac{1}{2} \Rightarrow (x_2, y_2) = (3, 6)$ .

Finalmente, a distância entre os centros é  $\sqrt{(3-1)^2 + \left(6-\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{137}}{2}$ .

**Observação:** Mesmo o centro de  $C_2$  estando no 1º quadrante, o círculo  $C_2$  não está totalmente dentro do 1º quadrante, já que  $(-9, 6)$  está em  $C_2$ , mas não está no 1º quadrante.



**Resposta correta: (E)**

**Questão 13.** Das afirmações:

- I. Todo número inteiro positivo pode ser escrito, de maneira única, na forma  $2^{k-1}(2m - 1)$ , em que  $k$  e  $m$  são inteiros positivos.
- II. Existe um número  $x \in [0, \pi/2]$  de tal modo que os números  $a_1 = \text{sen } x$ ,  $a_2 = \text{sen}(x + \pi/4)$ ,  $a_3 = \text{sen}(x + \pi/2)$  e  $a_4 = \text{sen}(x + 3\pi/4)$  estejam, nesta ordem, em progressão geométrica.
- III. Existe um número inteiro primo  $p$  tal que  $\sqrt{p}$  é um número racional.

é (são) verdadeira(s)

A ( ) apenas I.

B ( ) apenas II.

C ( ) apenas III.

D ( ) apenas I e II.

E ( ) todas.



**TEORIA DOS NÚMEROS, TRIGONOMETRIA**

(I) Verdadeiro.

Seja  $N$  um inteiro positivo qualquer. Vejamos dois casos:

•  **$N$  é ímpar:**

Nesse caso,  $N$  deixa resto 1 por 2, e com isso o algoritmo da divisão nos garante que existe um único  $N_0 \in \mathbb{Z}^+$  (inteiro não negativo), tal que  $N = 2N_0 + 1 = 2(N_0 + 1) - 1$ .

Agora, temos que  $k = 1$  (Se  $k \geq 2$ , então  $N = 2^{k-1}(2m - 1)$  seria par, absurdo) e que  $N = 2(N_0 + 1) - 1 \Rightarrow m = 1 + N_0$ , inteiro positivo. Logo,  **$k$**  e  **$m$**  estão unicamente determinados.

• **N é par:**

Nesse caso, podemos dividir N por 2 sucessivas vezes até restar um número ímpar. Logo, se dividimos N por 2 a vezes, restando um número ímpar b, teremos  $N = 2^a \cdot b$

Agora, se  $N = 2^{k-1} \cdot (2m - 1)$ , afirmamos que  $\boxed{k = a + 1}$ . De fato, se  $k \leq a$ , teremos

$$N = 2^{k-1}(2m - 1) = 2^a \cdot b \Rightarrow \underbrace{2m-1}_{\text{ímpar}} = \underbrace{2}_{\text{par}}^{a-k+1} \cdot b \Rightarrow \text{ímpar} = \text{par, absurdo!}$$

$$\text{E se } k \geq a + 2, \text{ teremos } N = 2^{k-1}(2m - 1) = 2^a \cdot b \Rightarrow \underbrace{2^{k-a-1}(2m-1)}_{\text{par}} = \underbrace{b}_{\text{ímpar}} \Rightarrow \text{par} = \text{ímpar}$$

Absurdo!

Sendo  $k = a + 1$ , temos  $N = 2^a \cdot b = 2^{k-1}(2m - 1) \Rightarrow$  Devemos provar que existe um único inteiro positivo **m** tal que  $b = 2m - 1$ , mas isso é verdade, pelo caso anterior (**b** é ímpar). Logo, **k** e **m** existem, além de serem únicos.

(II) Falso.

Suponha que  $a_1, a_2, a_3$  e  $a_4$  formem uma P.G. Daí,  $a_2^2 = a_1 a_3$ , donde  $\sin^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sin x \cdot \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow$

$$\Rightarrow \left(\frac{\sqrt{2}}{2}(\sin x + \cos x)\right)^2 = \sin x \cos x \Rightarrow \frac{1}{2} \left( \underbrace{\sin^2 x + \cos^2 x}_{=1} + 2 \sin x \cos x \right) = \sin x \cos x \Rightarrow \frac{1}{2} + \sin x \cos x = \sin x \cos x$$

(Absurdo!)

(III) Falso.

Se existisse um primo P tal que  $\sqrt{P} \in \mathbb{Q} \Rightarrow \sqrt{P} = \frac{m}{n}$ , com **m, n** em  $\mathbb{N}$  e  $\text{mdc}(m, n) = 1$  (fração irredutível).

Logo,  $P = \frac{m^2}{n^2} \Rightarrow m^2 = Pn^2$ , donde  $m^2$  tem fator P. Assim, **m** tem fator P  $\Rightarrow m = Pm_0$  ( $m_0 \in \mathbb{N}$ )  $\Rightarrow$

$P^2 m_0^2 = Pn^2 \Rightarrow n^2 = Pm_0^2$ , donde  $n^2$  tem fator P. Assim, **n** tem fator P  $\Rightarrow n = Pn_0$  ( $n_0 \in \mathbb{N}$ ). Mas aí **m** e **n** têm fator P em comum, e assim  $\text{mdc}(m, n) > 1$ . (Absurdo!)

**Resposta correta: (A)**

**Questão 14.** Com os elementos 1, 2, ..., 10 são formadas todas as seqüências  $(a_1, a_2, \dots, a_7)$ . Escolhendo-se aleatoriamente uma dessas seqüências, a probabilidade de a seqüência escolhida não conter elementos repetidos é

A ( )  $\frac{7!}{10^7 \cdot 3!}$       B ( )  $\frac{10!}{10^7 \cdot 3!}$       C ( )  $\frac{3!}{10^7 \cdot 7!}$       D ( )  $\frac{10!}{10^3 \cdot 7!}$       E ( )  $\frac{10!}{10^7}$



**PROBABILIDADE**

Sabemos que probabilidade =  $\frac{\text{N}^\circ \text{ de Casos Favoráveis}}{\text{N}^\circ \text{ de Casos Possíveis}}$

1º) **Número de Casos Possíveis:** Cada elemento  $a_i$  tem 10 opções de ser escolhido  $\Rightarrow$  O total de seqüências  $(a_1, a_2, \dots, a_7)$  é  $\underbrace{10 \cdot 10 \dots 10}_{7 \text{ vezes}} = 10^7$

2º) **Número de Casos Favoráveis:**

Podemos escolher os 7 elementos da seqüência de  $\binom{10}{7}$  maneiras. Uma vez escolhido os 7 elementos, podemos permutá-los de  $7!$  maneiras. Logo, o total de seqüências sem elementos repetidos é  $\binom{10}{7} \cdot 7!$

Portanto:

$$P = \frac{\binom{10}{7} \cdot 7!}{10^7} = \frac{10!}{7!3! \cdot 10^7} \Rightarrow P = \frac{10!}{10^7 \cdot 3!}$$

**Resposta correta: (B)**

**Questão 15.** Considere a equação  $(a - bi)^{501} = \frac{2(a + bi)}{(a^2 + b^2)^{250} + 1}$ .

O número de pares ordenados  $(a, b) \in \mathbb{R}^2$  que satisfazem a equação é

A ( ) 500.

B ( ) 501.

C ( ) 502.

D ( ) 503.

E ( ) 504.



### NÚMEROS COMPLEXOS

Defina  $a + bi = z \Rightarrow a - bi = \bar{z}$  e  $a^2 + b^2 = |z|^2$ .

Na forma trigonométrica,  $z = \rho \cdot \text{cis}\theta$ , com  $\rho \in \mathbb{R}_+$  e  $\theta \in [0, 2\pi)$ .

Daí,  $\bar{z} = \rho \cdot \text{cis}(-\theta)$  e  $a^2 + b^2 = \rho^2 = z \cdot \bar{z}$ .

Assim, a equação torna-se:

$$z^{-501} = \frac{2 \cdot z}{(z \cdot \bar{z})^{250} + 1} \Rightarrow \rho^{501} \cdot [\text{cis}(-\theta)]^{501} = \frac{2 \cdot \rho \cdot \text{cis}\theta}{\rho^{500} + 1}$$

$$\Rightarrow \rho^{501} \cdot \text{cis}(-501\theta) = \frac{2\rho}{\rho^{500} + 1} \cdot \text{cis}\theta$$

Igualdade de números complexos na forma trigonométrica:

$$\begin{cases} \rho^{501} = \frac{2\rho}{\rho^{500} + 1} \Rightarrow \rho^{1001} + \rho^{501} = 2\rho \Rightarrow \boxed{\rho^{1001} + \rho^{501} - 2\rho = 0} & (1) \\ \theta + 501\theta = 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \Rightarrow 502\theta = 2k\pi \Rightarrow \boxed{\theta = \frac{2k\pi}{502}, k \in \mathbb{Z}} & (2) \end{cases}$$

Em (1), se  $\rho = 0 \Rightarrow |z| = 0 \Rightarrow a^2 + b^2 = 0 \Rightarrow a = b = 0 \Rightarrow$

Temos o par  $(a, b) = (0, 0)$ .

Em (1), se  $\rho \neq 0 \Rightarrow \rho^{1000} + \rho^{500} - 2 = 0$ .

Equação do 2º grau:  $\Delta = 1 + 8 = 9 \Rightarrow \rho^{500} = \frac{-1 \pm 3}{2} = 1, -2$

Como  $\rho^{500} > 0 \Rightarrow \rho^{500} = 1 \Rightarrow$  Só podemos ter

$$\rho = 1 \Rightarrow z = \rho \cdot \text{cis}\theta = 1 \cdot \text{cis}\left(\frac{2k\pi}{502}\right) \Rightarrow z = \text{cis}\left(\frac{2k\pi}{502}\right), k = 0, 1, 2, 3, \dots, 501 \Rightarrow$$

Temos 502 possíveis valores de Z e conseqüentemente mais 502 pares  $(a, b)$ .

Portanto, o total de pares  $(a, b)$  satisfazendo a equação é  $1 + 502 = 503$ .

**Resposta correta: (D)**

**Questão 16.** Seja  $ABC$  um triângulo cujos lados  $\overline{AB}$ ,  $\overline{AC}$  e  $\overline{BC}$  medem 6 cm, 8 cm e 10 cm, respectivamente. Considere os pontos  $M$  e  $N$  sobre o lado  $\overline{BC}$  tais que  $\overline{AM}$  é a altura relativa a  $\overline{BC}$  e  $N$  é o ponto médio de  $\overline{BC}$ . A área do triângulo  $AMN$ , em  $\text{cm}^2$ , é

A ( ) 3,36.

B ( ) 3,60.

C ( ) 4,20.

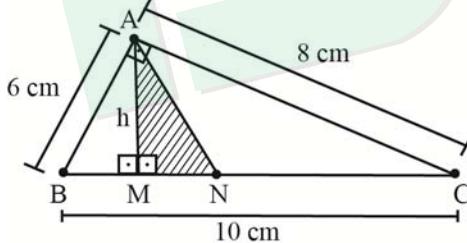
D ( ) 4,48.

E ( ) 6,72.



**GEOMETRIA PLANA**

De acordo com o enunciado, temos:



Sabemos que:

$$10 \cdot h = 6 \cdot 8 \rightarrow h = \frac{48}{10} \rightarrow \boxed{h = \frac{24}{5}}$$

$$6^2 = \overline{BM} \cdot 10 \rightarrow \overline{BM} = \frac{36}{10} \rightarrow \boxed{\overline{BM} = \frac{18}{5}}$$

Com isso:

$$\overline{MN} = 5 - \overline{BM} \rightarrow \overline{MN} = 5 - \frac{18}{5} \rightarrow \boxed{\overline{MN} = \frac{7}{5}}$$

Portanto, a área do triângulo AMN temos:

$$A = \frac{b \cdot h}{2} \rightarrow A = \frac{12 \cdot 24}{5} \cdot \frac{7}{5} \cdot \frac{1}{2}$$

Logo:

$$A = \frac{84}{25} \cdot \frac{4}{4} \rightarrow A = \frac{336}{100} \rightarrow$$

$$\rightarrow \boxed{A = 3,36 \text{ u.a.}}$$

Resposta correta: (A)

**Questão 17.** Seis circunferências de raio 5 cm são tangentes entre si duas a duas e seus centros são vértices de um hexágono regular, conforme a figura abaixo. O comprimento de uma correia tensionada que envolve externamente as seis circunferências mede, em cm,

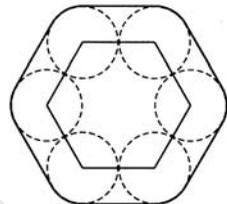
A ( )  $18 + 3\pi$ .

B ( )  $30 + 10\pi$ .

C ( )  $18 + 6\pi$ .

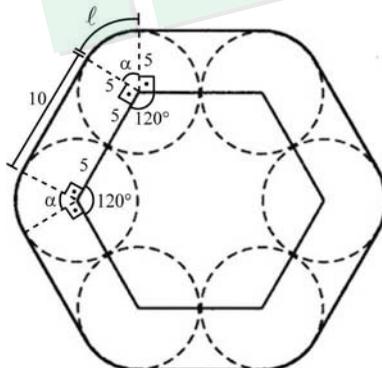
D ( )  $60 + 10\pi$ .

E ( )  $36 + 6\pi$ .



GEOMETRIA PLANA

Nestas condições, temos:



i)  $\alpha = 60^\circ \rightarrow l = \frac{\pi}{3} \cdot 5 \rightarrow l = \frac{5\pi}{3} \text{ cm.}$

ii) Perímetro (correia) =  $6(10 + l) = (60 + 10\pi) \text{ cm}$

Resposta correta: (D)

**Questão 18.** O lugar geométrico dos pontos  $(a, b) \in \mathbb{R}^2$  tais que a equação, em  $z \in \mathbb{C}$ ,

$$z^2 + z + 2 - (a + ib) = 0$$

possua uma raiz puramente imaginária é

- A ( ) uma circunferência.
- B ( ) uma parábola.
- C ( ) uma hipérbole.
- D ( ) uma reta.
- E ( ) duas retas paralelas.



**NÚMEROS COMPLEXOS E GEOMETRIA**

De acordo com o enunciado, temos:

$Z^2 + Z + 2 - (a + bi) = 0$ . Possui uma raiz imaginária pura, logo:

$$Z_1 = \alpha i \ (\alpha \neq 0)$$

Substituindo, vem:

$$(\alpha i)^2 + (\alpha i) + 2 - a - bi = 0$$

$$-\alpha^2 + \alpha i + 2 - a - bi = 0$$

$$(\alpha - b)i + (2 - a - \alpha^2) = 0 \rightarrow (\alpha - b, 2 - a - \alpha^2) = (0, 0)$$

Então:

$$\alpha - b = 0 \text{ e } 2 - a - \alpha^2 = 0 \rightarrow \alpha = b \text{ e } 2 - a = \alpha^2$$

$$\alpha = b \text{ e } 2 - a = \alpha^2$$

Portanto:

$$2 - a = b^2 \rightarrow a = -b^2 + 2$$

O que nos permite concluir que os pontos  $(a, b)$  definem uma parábola em  $\mathbb{R}^2$ .

**Resposta correta: (B)**

**Questão 19.** Um atirador dispõe de três alvos para acertar. O primeiro deste encontra-se a 30m de distância; o segundo, a 40m; o terceiro alvo, a 60m. Sabendo que a probabilidade de o atirador acertar o alvo é inversamente proporcional ao quadrado da distância e que a probabilidade de ele acertar o primeiro alvo é de  $\frac{2}{3}$ , então a probabilidade de acertar ao menos um dos alvos é

- A ( )  $\frac{120}{160}$ .
- B ( )  $\frac{119}{154}$ .
- C ( )  $\frac{110}{144}$ .
- D ( )  $\frac{105}{135}$ .
- E ( )  $\frac{119}{144}$ .



**PROBABILIDADE**

Defina os eventos:

A: O atirador acerta o alvo de 30 m

B: O atirador acerta o alvo de 40 m

C: O atirador acerta o alvo de 60 m

Como a probabilidade do atirador acertar o alvo é inversamente proporcional ao quadrado da distância, então:

$$P(A) = \frac{K}{30^2}, P(B) = \frac{K}{40^2} \text{ e } P(C) = \frac{K}{60^2}.$$

Além disso,  $P(A) = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{K}{30^2} = \frac{2}{3} \Rightarrow K = \frac{2 \cdot 30 \cdot 30}{3} \Rightarrow \boxed{k = 600}$ .

Logo:  $P(B) = \frac{600}{40^2} \Rightarrow \boxed{P(B) = \frac{3}{8}}$  e  $P(C) = \frac{600}{60^2} \Rightarrow \boxed{P(C) = \frac{1}{6}}$ .

Além disso, esses eventos são 2 a 2 independentes.

Daí, pelo Princípio da Inclusão-Exclusão, temos que:

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C) \Rightarrow$$

$$P(A \cup B \cup C) = \frac{2}{3} + \frac{3}{8} + \frac{1}{6} - \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{8} - \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{6} - \frac{3}{8} \cdot \frac{1}{6} + \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{8} \cdot \frac{1}{6} =$$

$$= \frac{2 \cdot 8 \cdot 6 + 3 \cdot 3 \cdot 6 + 1 \cdot 3 \cdot 8 - 2 \cdot 3 \cdot 6 - 2 \cdot 1 \cdot 8 - 3 \cdot 1 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 1}{3 \cdot 8 \cdot 6} =$$

$$= \frac{96 + 54 + 24 - 36 - 16 - 9 + 6}{144} = \frac{174 - 61 + 6}{144} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{P(A \cup B \cup C) = \frac{119}{144}}$$

Resposta correta: (E)

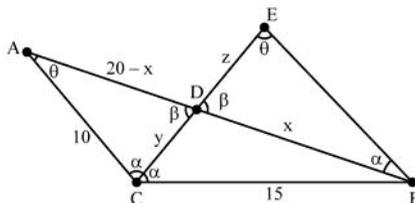
**Questão 20.** Considere o triângulo  $ABC$ , em que os segmentos  $\overline{AC}$ ,  $\overline{CB}$  e  $\overline{AB}$  medem, respectivamente, 10 cm, 15 cm e 20 cm. Seja  $D$  um ponto do segmento  $\overline{AB}$  de tal modo que  $\overline{CD}$  é bissetriz do ângulo  $\hat{C}$  e seja  $E$  um ponto do prolongamento de  $\overline{CD}$ , na direção de  $D$ , tal que  $D\hat{B}E = D\hat{C}B$ . A medida, em cm, de  $\overline{CE}$  é

- A ( )  $\frac{11\sqrt{6}}{3}$ .      B ( )  $\frac{13\sqrt{6}}{3}$ .      C ( )  $\frac{17\sqrt{6}}{3}$ .      D ( )  $\frac{20\sqrt{6}}{3}$ .      E ( )  $\frac{25\sqrt{6}}{3}$ .



GEOMETRIA PLANA

De posse das características do  $\Delta ABC$ , temos a figura a seguir.



i. T.B.I.  $\rightarrow \frac{15}{x} = \frac{10}{20-x}$  ( $\Delta ACB$ )  $\rightarrow x = 12$

ii. Stewart no  $\Delta ACB$

$$15^2 \cdot 8 + 10^2 \cdot 12 - y^2 \cdot 20 = 20 \cdot 12 \cdot 8 \rightarrow y = 3\sqrt{6}.$$

iii.  $\Delta CAD \sim \Delta BED \rightarrow \frac{8}{z} = \frac{y}{x} \rightarrow z = \frac{16\sqrt{6}}{3}$

Portanto,  $CE = y + z = \frac{25\sqrt{6}}{3}$  cm.

**Resposta correta: (E)**

**Questão 21.** Considere as retas de equações

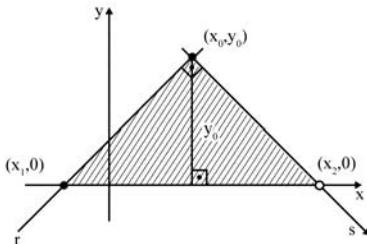
$$r : y = \sqrt{2}x + a \quad \text{e} \quad s : y = bx + c,$$

em que  $a, b, c$  são reais. Sabendo que  $r$  e  $s$  são perpendiculares entre si, com  $r$  passando por  $(0, 1)$  e  $s$ , por  $(\sqrt{2}, 4)$ , determine a área do triângulo formado pelas retas  $r$ ,  $s$  e o eixo  $x$ .



**GEOMETRIA ANALÍTICA**

- $r$  passa por  $(0,1) \Rightarrow 1 = \sqrt{2} \cdot 0 + a \Rightarrow \boxed{a = 1}$
- $r \perp s \Rightarrow \sqrt{2} \cdot b = -1 \Rightarrow \boxed{b = -\sqrt{2}/2}$
- $s$  passa por  $(\sqrt{2}, 4) \Rightarrow 4 = (-\sqrt{2}/2) \cdot \sqrt{2} + c \Rightarrow \boxed{c = 5}$
- Interseção de  $r$  e  $s$ :  $y_0 = \sqrt{2}x_0 + 1 = -(\sqrt{2}/2)x_0 + 5 \Rightarrow \boxed{x_0 = \frac{4\sqrt{2}}{3}}$  e  $\boxed{y_0 = \frac{11}{3}}$



- Interseção de  $r$  com o eixo  $x$ :  
 $0 = \sqrt{2}x_1 + 1 \Rightarrow \boxed{x_1 = -\sqrt{2}/2}$
- Interseção de  $s$  com o eixo  $x$ :  
 $0 = (-\sqrt{2}/2)x_2 + 5 \Rightarrow \boxed{x_2 = 5\sqrt{2}}$

• Finalmente, a área pedida é  $\frac{(x_2 - x_1) \cdot y_0}{2} = \frac{121\sqrt{2}}{12}$ .

Questão 22. Determine todos os valores reais de  $x$  que satisfazem a inequação  $4^{3x-1} > 3^{4x}$



INEQUAÇÃO EXPONENCIAL

De acordo com o enunciado, temos:

$$4^{3x-1} > 3^{4x} \rightarrow \frac{4^{3x}}{4} > 3^{4x} \rightarrow 4^{3x} > 4 \cdot 3^{4x}$$

Com isso:

$$\frac{64^x}{81^x} > 4 \rightarrow \left(\frac{64}{81}\right)^x > 4 \rightarrow \log_{\frac{64}{81}}\left(\frac{64}{81}\right)^x < \log_{\frac{64}{81}} 4, \text{ Pois } \frac{64}{81} < 1.$$

Portanto:

$$x < \log_{\left(\frac{8}{9}\right)^2} 2^2 \rightarrow \boxed{x < \log_{\frac{8}{9}} 2}$$

Questão 23. Considere o polinômio

$$p(x) = x^4 - (1 + 2\sqrt{3})x^3 + (3 + 2\sqrt{3})x^2 - (1 + 4\sqrt{3})x + 2.$$

- a) Determine os números reais  $a$  e  $b$  tais que  $p(x) = (x^2 + ax + 1)(x^2 + bx + 2)$ .
- b) Determine as raízes de  $p(x)$ .



POLINÔMIOS

Usando técnicas de fatoração, temos:

$$p(x) = x^4 - (1 + 2\sqrt{3})x^3 + (3 + 2\sqrt{3})x^2 - (1 + 4\sqrt{3})x + 2$$

$$p(x) = \begin{matrix} x^2 & & -2\sqrt{3}x & & 1 \\ \swarrow & \uparrow & \searrow & \uparrow & \swarrow \\ x^2 & & -x & & 2 \end{matrix}$$

Logo:

$$p(x) = (x^2 - 2\sqrt{3}x + 1) \cdot (x^2 - x + 2)$$

Com isso:

a)  $p(x) = (x^2 + ax + 1) \cdot (x^2 + bx + 2)$

Temos:

$$a = -2\sqrt{3} \text{ e } b = -1$$

b)  $p(x) = 0 \rightarrow (x^2 - 2\sqrt{3}x + 1) \cdot (x^2 - x + 2) = 0$

Então:

$$x^2 - 2\sqrt{3}x + 1 = 0; \quad x^2 - x + 2 = 0$$

portanto, o conjunto solução:

$$S = \left\{ \frac{1 \pm i\sqrt{7}}{2}; \sqrt{3} \pm \sqrt{2} \right\}$$

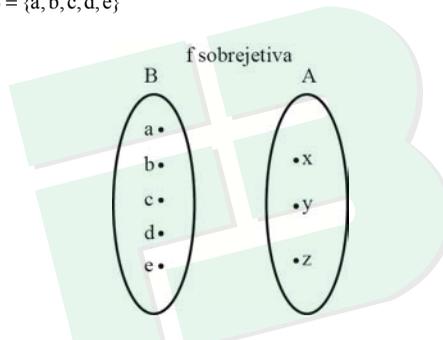
**Questão 24.** Sejam  $A$  e  $B$  dois conjuntos com 3 e 5 elementos, respectivamente. Quantas funções sobrejetivas  $f : B \rightarrow A$  existem?



### ANÁLISE COMBINATÓRIA

Temos que  $|A| = 3$  e  $|B| = 5$

Exemplo:  $A = \{x, y, z\}$  e  $B = \{a, b, c, d, e\}$



O problema é equivalente a colocarmos os elementos de  $B$  em fila e duas barras em dois dos 4 lugares entre os elementos de  $B$ . O que vier antes da 1ª barra manda flecha para o  $x$ , o que vier entre as 2 barras mandará flecha para  $y$  e o que vier após a 2ª barra mandará flecha para  $z$ , tendo o cuidado de que não importa a ordem para elementos de  $B$  que mandam flechas para o mesmo elemento de  $A$ .

Daí, temos 6 casos a considerar, de acordo com a posição das barras:

$$1^\circ \text{ Caso: } \underbrace{\quad}_x / \underbrace{\quad}_y / \underbrace{\quad}_z$$

Temos 5 maneiras de escolhermos o 1º elemento e 4 maneiras de escolhermos o 2º elemento. Total de funções:  $5 \cdot 4 = 20$ .

$$2^\circ \text{ Caso: } \underbrace{\quad}_x / \underbrace{\quad}_y / \underbrace{\quad}_z$$

Temos 5 maneiras de escolhermos o 1º elemento e  $\binom{4}{2}$  maneiras de escolhermos os próximos 2 elementos.

$$\text{Total de funções: } 5 \cdot \binom{4}{2} = 5 \cdot 6 = 30 .$$

3º Caso:  $\overbrace{\quad\quad\quad}^x / \overbrace{\quad\quad\quad\quad\quad}^y / \overbrace{\quad\quad}^z$

Temos 5 maneiras de escolhermos o 1º elemento e  $\binom{4}{3}$  maneiras de escolhermos os próximos 3 elementos.

Total de funções:  $5 \cdot \binom{4}{3} = 20$ .

4º Caso:  $\overbrace{\quad\quad\quad}^x / \overbrace{\quad\quad}^y / \overbrace{\quad\quad\quad}^z$

Temos  $\binom{5}{2}$  maneiras de escolhermos os dois primeiros elementos e 3 maneiras de escolhermos 3º elemento.

Total de funções:  $\binom{5}{2} \cdot 3 = 10 \cdot 3 = 30$ .

5º Caso:  $\overbrace{\quad\quad\quad}^x / \overbrace{\quad\quad\quad}^y / \overbrace{\quad\quad}^z$

Temos  $\binom{5}{2}$  maneiras de escolhermos os 2 primeiros elementos e  $\binom{3}{2}$  maneiras de escolhermos o 3º e o 4º elementos. Total de funções:  $\binom{5}{2} \cdot \binom{3}{2} = 10 \cdot 3 = 30$ .

6º Caso:  $\overbrace{\quad\quad\quad}^x / \overbrace{\quad\quad}^y / \overbrace{\quad\quad\quad}^z$

Temos  $\binom{5}{3}$  maneiras de escolhermos os 3 primeiros elementos e 2 maneiras de escolhermos o 4º elemento.

Total de funções:  $\binom{5}{3} \cdot 2 = 20$ .

Portanto, o total de funções sobrejetivas  $f: B \rightarrow A$  é:  $20 + 30 + 20 + 30 + 30 + 20 = 150$ .

**Questão 25.** Sejam  $A = \{1, 2, \dots, 29, 30\}$  o conjunto dos números inteiros de 1 a 30 e  $(a_1, a_2, a_3)$  uma progressão geométrica crescente com elementos de  $A$  e razão  $q > 1$ .

a) Determine todas as progressões geométricas  $(a_1, a_2, a_3)$  de razão  $q = \frac{3}{2}$ .

b) Escreva  $q = \frac{m}{n}$ , com  $m, n \in \mathbb{Z}$  e  $\text{mdc}(m, n) = 1$ . Determine o maior valor possível para  $n$ .



PROGRESSÃO GEOMÉTRICA E TEORIAS DOS NÚMEROS

Como  $(a_1, a_2, a_3)$  é uma PG crescente de razão  $q$ , então:  $\begin{cases} a_2 = a_1 \cdot q \\ a_3 = a_1 \cdot q^2 \end{cases}, a_1, a_2, a_3 \in \mathbb{A}$ .

a) Se  $q = \frac{3}{2} \Rightarrow \begin{cases} a_2 = a_1 \cdot \frac{3}{2} \\ a_3 = a_1 \cdot \frac{9}{4} \end{cases} \Rightarrow 4 \text{ divide } a_1 \Rightarrow \text{Os possíveis valores de } a_1 \text{ são: } a_1 = 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28.$

Se  $a_1 = 4 \Rightarrow a_2 = 6$  e  $a_3 = 9 \Rightarrow (a_1, a_2, a_3) = (4, 6, 9)$

Se  $a_1 = 8 \Rightarrow a_2 = 12$  e  $a_3 = 18 \Rightarrow (a_1, a_2, a_3) = (8, 12, 18)$

Se  $a_1 = 12 \Rightarrow a_2 = 18$  e  $a_3 = 27 \Rightarrow (a_1, a_2, a_3) = (12, 18, 27)$

Se  $a_1 \geq 16 \Rightarrow a_3 \geq 36 > 30 \rightarrow \text{Abs! Logo, não há soluções nos casos } a_1 = 16, 20, 24 \text{ e } 28.$

b) Para  $q = \frac{m}{n}$ , temos que:  $\begin{cases} a_2 = \frac{m}{n} \cdot a_1 \\ a_3 = \frac{m^2}{n^2} \cdot a_1 \end{cases} \Rightarrow n^2 \text{ divide } a_1 \Rightarrow a_1 \geq n^2 \Rightarrow 30 \geq a_1 \geq n^2 \Rightarrow n \leq 5$

Para  $n = 5$ , temos que  $5^2 = 25$  divide  $a_1 \Rightarrow a_1 = 25$  e  $m \geq 6 \Rightarrow a_3 \geq 36 \rightarrow \text{Abs!}$

Para  $n = 4$ , temos que  $16$  divide  $a_1 \Rightarrow a_1 = 16$  e  $m \geq 5$ .

Observamos que se  $m = 5 \Rightarrow a_1 = 16, a_2 = 16 \cdot \frac{5}{4} = 20$  e  $a_3 = 16 \cdot \frac{25}{16} = 25 \Rightarrow (a_1, a_2, a_3) = (16, 20, 25)$  e tal

PG satisfaz às condições do problema (razão  $q = \frac{5}{4}$ ).

Portanto, o maior valor possível para  $n$  é 4.

Questão 26. Esboce o gráfico da função  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dada por

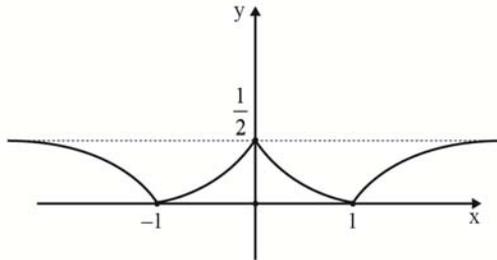
$$f(x) = \left| 2^{-|x|} - \frac{1}{2} \right|$$



FUNÇÕES MODULARES E EXPONENCIAIS

- Se  $x \geq 1$ , então  $2^{-|x|} \leq 2^{-1} \Rightarrow f(x) = \frac{1}{2} - 2^{-x}$
- Se  $0 \leq x \leq 1$ , então  $2^{-|x|} = 2^{-x} \geq 2^{-1} \Rightarrow f(x) = 2^{-x} - \frac{1}{2} \left( f(0) = \frac{1}{2}; f(1) = 0 \right)$
- Se  $-1 \leq x \leq 0$ , então  $2^{-|x|} = 2^x \geq 2^{-1} \Rightarrow f(x) = 2^x - \frac{1}{2} \left( f(-1) = 0 \right)$
- Se  $x \leq -1$ , então  $2^{-|x|} = 2^x \leq 2^{-1} \Rightarrow f(x) = \frac{1}{2} - 2^x$

Tendo em mente os esboços dos gráficos de  $2^x$  e  $2^{-x}$ , e fazendo uma translação de  $\frac{1}{2}$  ou  $-\frac{1}{2}$ , dependendo de cada caso, temos o esboço abaixo.



**Questão 27.** Determine todos os valores reais de  $a$  para os quais o seguinte sistema linear é impossível:

$$\begin{cases} x + ay + z = 2 \\ -x - 2y + 3z = -1 \\ 3x + az = 5 \end{cases}$$



**SISTEMAS LINEARES**

Diante do exposto, tem-se:

$$\begin{cases} x + ay + z = 2 \\ -x - 2y + 3z = -1 \\ 3x + 0y + az = 5 \end{cases}$$

Pela regra de Cramer, vem:

$$D = \begin{vmatrix} 1 & a & 1 \\ -1 & -2 & 3 \\ 3 & 0 & a \end{vmatrix} = a^2 + 7a + 6, \text{ em que } -1 \text{ e } -6 \text{ são as raízes de } D.$$

Sabe-se que:

- se  $D \neq 0 \rightarrow$  S.P.D
- se  $D = 0 \rightarrow$  S.I ou S.P.I

Discussão do sistema (Rouché-Capelli).

1º caso: para  $a = -1$ , encontramos:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 2 \\ -1 & -2 & 3 & -1 \\ 3 & 0 & -1 & 5 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & -3 & 4 & 1 \\ 0 & 3 & -4 & -1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & -3 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Logo, para  $a = -1$  teremos um sistema indeterminado (características iguais e menor que o número de variáveis).

2º caso: para  $a = -6$ , encontramos:

$$\begin{pmatrix} 1 & -6 & 1 & 2 \\ -1 & -2 & 3 & -1 \\ 3 & 0 & -6 & 5 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -6 & 1 & 2 \\ 0 & -8 & 4 & 1 \\ 0 & 18 & -9 & 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -6 & 1 & 2 \\ 0 & -8 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{5}{4} \end{pmatrix}$$

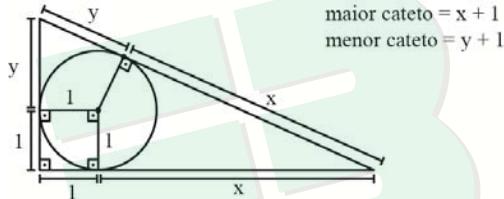
Logo, para  $a = -6$  teremos um sistema impossível (características diferentes).

**Questão 28.** Um triângulo retângulo com hipotenusa  $c = 2(1 + \sqrt{6})$  está circunscrito a um círculo de raio unitário. Determine a área total da superfície do cone obtido ao girar o triângulo em torno do seu maior cateto.



**SÓLIDOS DE REVOLUÇÃO**

Diante do exposto, constrói-se a figura a seguir:

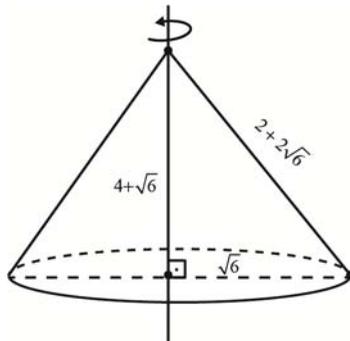


- i)  $x + y = \text{hipotenusa} = 2 + 2\sqrt{6}$
- ii) Pitágoras  
 $(x + y)^2 = (x + 1)^2 + (y + 1)^2 \rightarrow xy = x + y + 1 = 3 + 2\sqrt{6}$ .

Assim,  $x$  e  $y$  são as raízes da equação  $t^2 - (2 + 2\sqrt{6})t + 3 + 2\sqrt{6} = 0$ .

Resolvendo, obtemos:  $x = 3 + \sqrt{6}$  e  $y = -1 + \sqrt{6}$

De posse dos resultados acima, temos a figura a seguir:



$$A_{\text{total}} = A_{\text{lateral}} + A_{\text{base}}$$

$$A_{\text{total}} = \pi Rg + \pi R^2$$

$$A_{\text{total}} = \pi \cdot \sqrt{6} \cdot (2 + 2\sqrt{6}) + \pi(\sqrt{6})^2$$

$$A_{\text{total}} = 2\pi(\sqrt{6} + 9) \text{ u.a.}$$

**Questão 29.** Determine o conjunto das soluções reais da equação  $3\cos\sec^2\left(\frac{x}{2}\right) - \text{tg}^2 x = 1$ .



**EQUAÇÃO TRIGONOMÉTRICA**

De acordo com o enunciado, temos:

$$3 \cdot \cos\sec^2\left(\frac{x}{2}\right) = \text{tg}^2 x + 1 = \sec^2 x.$$

$$3 \cdot \frac{1}{\text{sen}^2\left(\frac{x}{2}\right)} = \frac{1}{\cos^2 x}.$$

$$3 \cdot \cos^2 x = \text{sen}^2\left(\frac{x}{2}\right) \quad (\text{i})$$

Mas:

$$\text{sen}^2\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{1 - \cos x}{2}$$

Logo, substituindo em (i):

$$3 \cos^2 x = \frac{1 - \cos x}{2}.$$

Com isso:

$$6 \cdot \cos^2 x = 1 - \cos x$$

$$6 \cos^2 x + \cos x - 1 = 0$$

$$\cos x = -\frac{1}{2}; \quad \cos x = \frac{1}{3}$$

Portanto:

$$\cos x = -\frac{1}{2} \rightarrow \cos x = \cos \frac{2\pi}{3}$$

$$x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2k\pi; \quad k \in \mathbb{Z}.$$

$$\cos x = \frac{1}{3} \rightarrow x = \pm \arccos\left(\frac{1}{3}\right) + 2k\pi; \quad k \in \mathbb{Z}$$

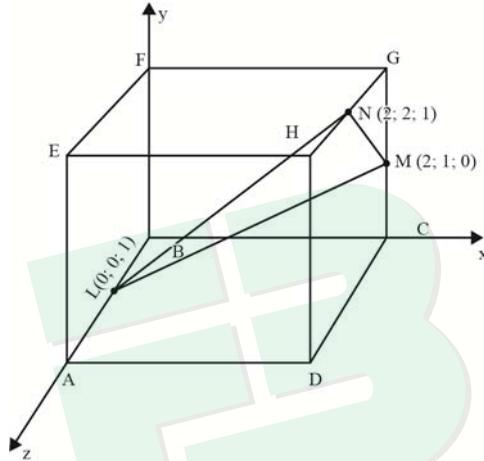
Observe que nenhuma dessas soluções fere as condições de existência do problema.

**Questão 30.** Considere o cubo  $ABCDEFGH$  de aresta 2 tal que:  $ABCD$  é o quadrado da base inferior;  $EFGH$ , o quadrado da base superior e  $\overline{AE}$ ,  $\overline{BF}$ ,  $\overline{CG}$  e  $\overline{DH}$  são as arestas verticais. Sejam  $L$ ,  $M$  e  $N$  os pontos médios das arestas  $\overline{AB}$ ,  $\overline{CG}$  e  $\overline{GH}$ , respectivamente. Determine a área do triângulo  $LMN$ .



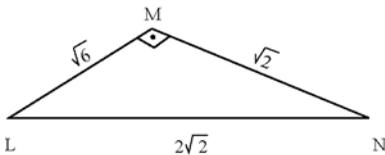
**GEOMETRIA ESPACIAL**

De acordo com o enunciado, temos:



$$\begin{aligned}
 |\overline{LN}| &= \sqrt{4+4+0} = 2\sqrt{2} \\
 |\overline{LM}| &= \sqrt{4+1+1} = \sqrt{6} \\
 |\overline{MN}| &= \sqrt{0+1+1} = \sqrt{2}
 \end{aligned}$$

Logo:



Portanto:

$$A = \frac{\sqrt{6} \cdot \sqrt{2}}{2} \rightarrow A = \frac{2\sqrt{3}}{2} \rightarrow \boxed{A = \sqrt{3} \text{ u.a.}}$$

QUÍMICA

CONSTANTES

Constante de Avogadro ( $N_A$ ) =  $6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$   
 Constante de Faraday (F) =  $9,65 \times 10^4 \text{ C}\cdot\text{mol}^{-1} = 9,65 \times 10^4 \text{ A}\cdot\text{s}\cdot\text{mol}^{-1} = 9,65 \times 10^4 \text{ J}\cdot\text{V}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$   
 Volume molar de gás ideal =  $22,4 \text{ L (CNTP)}$   
 Carga elementar =  $1,602 \times 10^{-19} \text{ C}$   
 Constante dos gases (R) =  $8,21 \times 10^{-2} \text{ atm}\cdot\text{L}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1} = 8,31 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1} = 1,98 \text{ cal}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1} = 62,4 \text{ mmHg}\cdot\text{L}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$   
 Constante gravitacional (g) =  $9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$   
 Constante de Planck (h) =  $6,626 \times 10^{-34} \text{ m}^2\cdot\text{kg}\cdot\text{s}^{-1}$   
 Velocidade da luz no vácuo =  $3,0 \times 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

DEFINIÇÕES

Pressão de 1 atm = 760 mmHg =  $1,01325 \times 10^5 \text{ N}\cdot\text{m}^{-2} = 760 \text{ Torr} = 1,01325 \text{ bar}$

$1 \text{ J} = 1 \text{ N}\cdot\text{m} = 1 \text{ kg}\cdot\text{m}^2\cdot\text{s}^{-2}$ .  $\ln 2 = 0,693$

Condições normais de temperatura e pressão (CNTP):  $0^\circ \text{ C}$  e 760 mmHg

Condições ambientes:  $25^\circ \text{ C}$  e 1 atm

Condições padrão: 1 bar; concentração das soluções =  $1 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$  (rigorosamente: atividade unitária das espécies); sólido com estrutura cristalina mais estável nas condições de pressão e temperatura em questão.

(s) = sólido. (l) = líquido. (g) = gás. (aq) = aquoso. (CM) = circuito metálico. (conc) = concentrado.

(ua) = unidades arbitrárias. [X] = concentração da espécie química X em  $\text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$ .

MASSAS MOLARES

Elemento Químico	Número Atômico	Massa Molar ( $\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$ )	Elemento Químico	Número Atômico	Massa Molar ( $\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$ )
H	1	1,01	Cl	17	35,45
He	2	4,00	K	19	39,10
Be	4	9,01	Cr	24	52,00
B	5	10,81	Mn	25	54,94
C	6	12,01	Fe	26	55,85
N	7	14,01	Ni	28	58,69
O	8	16,00	Cu	29	63,55
F	9	19,00	Zn	30	65,38
Na	11	22,99	Br	35	79,90
Mg	12	24,31	Pd	46	106,42
Al	13	26,98	Ag	47	107,87
Si	14	28,09	Xe	54	131,30
P	15	30,97	Pt	78	195,08
S	16	32,06	Hg	80	200,59

**Questão 1.** Pode-se utilizar metais de sacrifício para proteger estruturas de aço (tais como pontes, antenas e cascos de navios) da corrosão eletroquímica. Considere os seguintes metais:

- I. Alumínio      II. Magnésio      III. Paládio      IV. Sódio      V. Zinco

Assinale a opção que apresenta o(s) metal(is) de sacrifício que pode(m) ser utilizado(s).

- A ( ) Apenas I, II e V.      B ( ) Apenas I e III.      C ( ) Apenas II e IV.  
 D ( ) Apenas III e IV.      E ( ) Apenas V.



## ELETROQUÍMICA

Pode-se utilizar como metais de sacrifício aqueles que possuem menores potenciais de redução (mais reativos) que o metal a ser protegido (no caso, o ferro presente nas estruturas de aço). Assim, o paládio não pode ser usado por ser mais nobre que o ferro. Dos metais mais reativos que o ferro, o sódio não deve ser utilizado devido à sua facilidade extrema de se oxidar, comprometendo a integridade química do material antes mesmo de atuar como eletrodo de sacrifício. Portanto, podem ser utilizados os metais alumínio, magnésio e zinco.

Resposta correta: (A)

**Questão 2.** A reação do mercúrio metálico com excesso de ácido sulfúrico concentrado a quente produz um gás mais denso do que o ar. Dois terços deste gás são absorvidos e reagem completamente com uma solução aquosa de hidróxido de sódio, formando 12,6 g de um sal. A solução de ácido sulfúrico utilizada tem massa específica igual a  $1,75 \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$  e concentração de 80 % em massa. Assinale a alternativa que apresenta o volume consumido da solução de ácido sulfúrico, em  $\text{cm}^3$ .

A ( ) 11

B ( ) 21

C ( ) 31

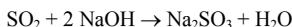
D ( ) 41

E ( ) 51



## REAÇÕES INORGÂNICAS/CÁLCULOS ESTEQUIOMÉTRICOS

As reações são:



O sal formado é o  $\text{Na}_2\text{SO}_3$ , de massa molar 126 g/mol. Logo, calculando a quantidade de matéria do  $\text{SO}_2$ , temos:

$$n_{\text{SO}_2} = 12,6 \text{ g do sal} \cdot \left( \frac{1 \text{ mol de sal}}{126 \text{ g de sal}} \right) \cdot \left( \frac{1 \text{ mol de SO}_2}{1 \text{ mol de sal}} \right) = 0,1 \text{ mol de SO}_2$$

Esse resultado representa  $\frac{2}{3}$  do gás produzido na 1ª reação. Portanto, a 1ª reação formou 0,15 mol de  $\text{SO}_2$ . Assim, houve o consumo de 0,30 mol de  $\text{H}_2\text{SO}_4$ . O volume da solução é dado por:

$$V = 0,30 \text{ mol de H}_2\text{SO}_4 \cdot \left( \frac{98 \text{ g de H}_2\text{SO}_4}{1 \text{ mol de H}_2\text{SO}_4} \right) \cdot \left( \frac{100 \text{ g de solução}}{80 \text{ g de H}_2\text{SO}_4} \right) \cdot \left( \frac{1 \text{ cm}^3 \text{ de solução}}{1,75 \text{ g de solução}} \right) = 21 \text{ cm}^3.$$

Resposta correta: (B)

**Questão 3.** Um frasco fechado contém dois gases cujo comportamento é considerado ideal: hidrogênio molecular e monóxido de nitrogênio. Sabendo que a pressão parcial do monóxido de nitrogênio é igual a  $\frac{3}{5}$  da pressão parcial do hidrogênio molecular, e que a massa total da mistura é de 20 g, assinale a alternativa que fornece a porcentagem em massa do hidrogênio molecular na mistura gasosa.

A ( ) 4%

B ( ) 6%

C ( ) 8%

D ( ) 10%

E ( ) 12%



## GASES

Os gases são  $H_2$  e  $NO$ . Se a pressão parcial do  $NO$  é  $3/5$  da do hidrogênio, então a quantidade de matéria segue a mesma proporção. Assim:  $n_{NO} = 0,6 \cdot n_{H_2}$ .

Como a massa total da mistura é 20 g, então:

$$n_{H_2} \cdot M_{H_2} + n_{NO} \cdot M_{NO} = 20 \Rightarrow$$

$$n_{H_2} \cdot 2 + 0,6 \cdot n_{H_2} \cdot 30 = 20 \Rightarrow$$

$$n_{H_2} = 1 \text{ mol.}$$

Logo, teremos 2 g de  $H_2$ , o que nos dá uma porcentagem em massa de 10%.

**Resposta correta: (D)**

**Questão 4.** A reação química genérica  $X \rightarrow Y$  tem lei de velocidade de primeira ordem em relação ao reagente X. À medida que a reação ocorre a uma temperatura constante, é ERRADO afirmar que

- A ( ) a constante de velocidade da reação não se altera.  
 B ( ) o tempo de meia-vida do reagente X permanece constante.  
 C ( ) a energia de ativação da reação não se altera.  
 D ( ) a velocidade da reação permanece constante.  
 E ( ) a ordem de reação não se altera.



## CINÉTICA QUÍMICA

- A) Correto. Uma vez que a temperatura se mantém constante, a constante de velocidade também não se altera.  
 B) Correto. O tempo de meia-vida, dado por  $(\ln 2/k)$ , não depende da concentração inicial e também se mantém constante.  
 C) Correto. O fator que altera a energia de ativação é a mudança de mecanismo reacional, alcançado pelo uso de um catalisador.  
 D) Falso. À medida que o reagente X é consumido, a velocidade da reação, que é diretamente proporcional à concentração do reagente X, diminui.  
 E) Correto. Conforme comentário no item C, a ordem da reação somente seria alterada por modificações no mecanismo reacional (uso de catalisadores).

**Resposta correta: (D)**

**Questão 5.** Barreiras térmicas de base cerâmica são empregadas em projetos aeroespaciais. Considere os materiais a seguir:

I. BN

II.  $Fe_2O_3$

III.  $NaN_3$

IV.  $Na_2SiO_3$

V. SiC

Assinale a opção que apresenta o(s) material(is) geralmente empregado(s) como componente(s) principal(is) de barreiras térmicas em projetos aeroespaciais.

A ( ) Apenas I e V.

B ( ) Apenas II.

C ( ) Apenas III.

D ( ) Apenas III e IV.

E ( ) Apenas V.



LIGAÇÕES QUÍMICAS

Materiais cerâmicos apresentam grande estabilidade térmica, por isso são usados para a finalidade citada no texto. Os materiais que possuem as ligações químicas mais fortes e, portanto, maior estabilidade a altas temperaturas são aqueles de mais elevado caráter covalente, como o nitreto de boro (BN) e o carbetto de silício (SiC).

Resposta: (A)

**Questão 6.** A adição de certa massa de etanol em água diminui a temperatura de congelamento do solvente em 18,6 °C. Sabendo que a constante crioscópica da água é de 1,86 °C·kg·mol<sup>-1</sup>, assinale a porcentagem em massa do etanol nesta mistura.

- A ( ) 10,0 %      B ( ) 18,6 %      C ( ) 25,0 %      D ( ) 31,5 %      E ( ) 46,0 %



PROPRIEDADES COLIGATIVAS

Percebe-se que a variação da temperatura de congelamento da água é 18,6°.

Desta forma:  $\Delta T_c = K_c \cdot \omega \Rightarrow \Delta T_c = K_c \cdot \frac{m_1}{M_1 \cdot m_2 \text{ (kg)}}$ . Para 1 kg de água, temos:

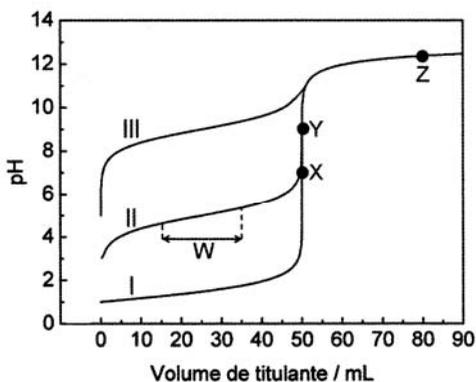
Substituindo os valores, temos que:  $18,6 = 1,86 \cdot \frac{m_1}{46 \cdot 1} \Rightarrow m_1 = 460 \text{ g}$

Portanto, a massa da solução obtida após a adição do soluto é 1460 g. Sendo assim, a porcentagem ou massa de etanol será de 31,5%.

Resposta correta: (D)

**Questão 7.** Na figura ao lado são respectivamente apresentadas as curvas de titulação de 50 mL de soluções aquosas 0,1 mol·L<sup>-1</sup> dos ácidos I, II e III, tituladas com uma solução aquosa 0,1 mol·L<sup>-1</sup> em NaOH. Baseado nas informações contidas na figura, assinale opção ERRADA.

- A ( ) A constante de ionização do ácido III é aproximadamente 10<sup>-9</sup>.
- B ( ) A região W da curva de titulação do ácido II é uma região-tampão.
- C ( ) No ponto X o pH da solução I é igual ao pK<sub>a</sub> do ácido I.
- D ( ) O ponto Y é o ponto de equivalência do ácido II.
- E ( ) No ponto Z, para todos os ácidos o pH só depende da quantidade em excesso de OH<sup>-</sup> adicionada.





## TITULAÇÃO

- A) Correto. A constante de ionização pode ser estimada a partir do pH no ponto médio da titulação, que ocorre quando 25 mL de titulante é adicionado. Nesse ponto,  $\text{pH} = \text{pka}$ . Portanto, a constante de ionização do ácido III é cerca de  $1,0 \cdot 10^{-9}$ .
- B) Correto. Nas titulações de ácidos fracos com bases fortes, a região compreendida entre o início do processo e o ponto estequiométrico, com excesso de ácido, é uma região de pH tamponado.
- C) Falso. O ponto X é o ponto estequiométrico na titulação do ácido I. Pelo formato da curva e pelo valor do pH em X (pH igual a 7), o ácido I é um ácido forte e não se utiliza constante de ionização.
- D) Correto. O ponto Y é o ponto estequiométrico para a titulação do ácido II, sugerindo que esse ácido é fraco, uma vez que o pH do ponto estequiométrico é maior que 7.
- E) Correto. Em Z, o excesso da base forte domina o cálculo do pH, que é calculado pela concentração do  $\text{OH}^-$  excedente.

**Resposta correta: (C)**

**Questão 8.** Considere duas soluções, X e Y, de um mesmo soluto genérico. A solução X tem 49% em massa do soluto, enquanto a solução Y possui 8% em massa do mesmo soluto. Quer-se obter uma terceira solução, que tenha 20% em massa deste soluto, a partir da mistura de um volume  $V_X$  da solução X com um volume  $V_Y$  da solução Y. Considerando que todas as soluções envolvidas exibem comportamento ideal, assinale a opção que apresenta a razão  $V_X/V_Y$  CORRETA.

A ( ) 12/29.

B ( ) 29/12.

C ( ) 19/12.

D ( ) 12/19.

E ( ) 8/49.



## MISTURA DE SOLUÇÕES

Admitindo a preparação de 1 L de solução, que tenha 20% em massa do soluto, a partir da mistura dos volumes  $V_x$  e  $V_y$  das soluções X e Y, respectivamente.

**Dado:**  $V_x + V_y = 1 \text{ L} \Rightarrow V_y = (1 - V_x) \text{ L}$ .

- Solução X (49% em massa do soluto)
- Solução Y (8% em massa do soluto)

Como as duas soluções têm o mesmo soluto, e admitindo que todas tenham as mesmas densidades, concluímos que:

$$0,49 V_x + 0,08 V_y = 0,20 \cdot 1 \Rightarrow$$

$$0,49 V_x + 0,08 (1 - V_x) = 0,20 \Rightarrow$$

$$0,49 V_x - 0,08 V_x = 0,20 - 0,08 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} V_x = \frac{0,12}{0,41} = \frac{12}{41} \text{ L} \\ V_y = 1 - \frac{12}{41} = \frac{29}{41} \text{ L} \end{cases} \Rightarrow$$

Daí:

$$\frac{V_x}{V_y} = \frac{\frac{12}{41}}{\frac{29}{41}} = \frac{12}{41} \cdot \frac{41}{29} = \frac{12}{29}$$

Resposta correta: (A)

**Questão 9.** O diagrama de van Arkel-Ketelar apresenta uma visão integrada das ligações químicas de compostos binários, representando os três tipos clássicos de ligação nos vértices de um triângulo. Os vértices esquerdo e direito da base correspondem, respectivamente, aos elementos menos e mais eletronegativos, enquanto o vértice superior do triângulo representa o composto puramente iônico. Com base no diagrama, assinale a opção que apresenta o composto binário de maior caráter covalente.

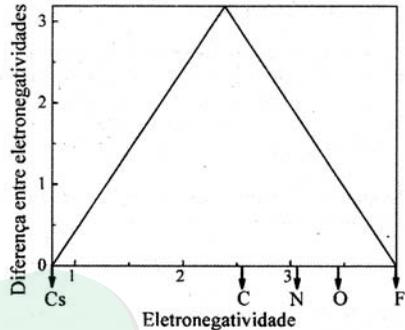
A ( ) CCl4

B ( ) C3N4

C ( ) CO2

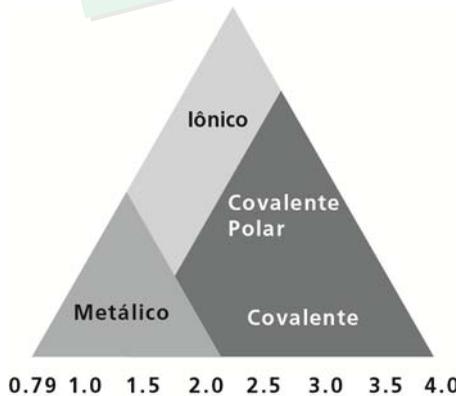
D ( ) NO

E ( ) OF2

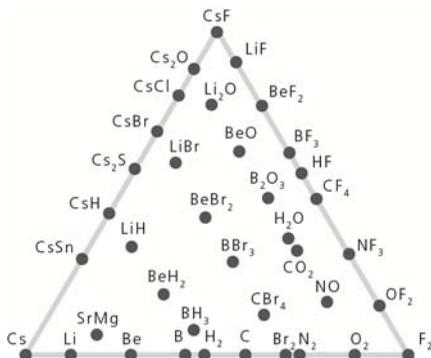


LIGAÇÕES QUÍMICAS

O diagrama de Arkel-Ketelaar mostra em cada vértice do triângulo, cada tipo de ligação: iônica, covalente ou metálica. Uma espécie binária é marcada dentro do triângulo como o 3º vértice de um triângulo equilátero, onde os dois primeiros correspondem aos átomos formadores da espécie binária situados na “base” do triângulo maior. Assim, o interior do triângulo será dividido em regiões onde o caráter predominante de cada ligação é retratado:



Todas as espécies na questão apresentam ligação predominantemente covalente. Portanto, situam-se na zona próxima ao vértice inferior direito do diagrama. A molécula de maior caráter covalente será aquela, segundo Arkel-Ketelaar, situada mais próxima ao vértice inferior direito. Vejamos alguns exemplos:



Diante dos esclarecimentos, a molécula binária  $OF_2$  é aquela que possui o maior caráter covalente.

Resposta correta: (E)

**Questão 10.** São feitas as seguintes proposições a respeito de reações químicas orgânicas:

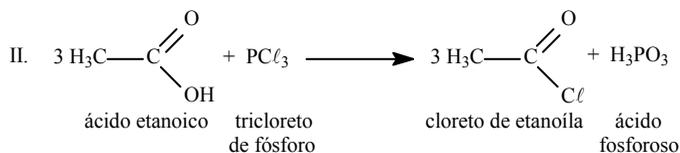
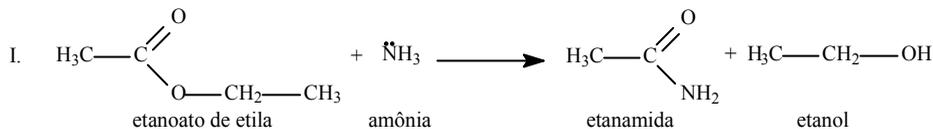
- I. Etanoato de etila com amônia forma etanamida e etanol.
- II. Ácido etanoico com tricloreto de fósforo, a quente, forma cloreto de etanoíla.
- III. n-Butilbenzeno com permanganato de potássio, a quente, forma ácido benzóico e dióxido de carbono.

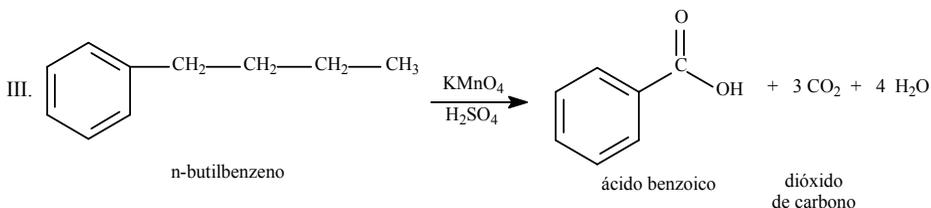
Das proposições acima, está(ão) CORRETA(S)

- A ( ) apenas I.
- B ( ) apenas I e II.
- C ( ) apenas II.
- D ( ) apenas II e III.
- E ( ) I, II e III.



REAÇÕES ORGÂNICAS





Estão corretas as proposições I, II e III.

Resposta correta: (E)

**Questão 11.** Em relação às funções termodinâmicas de estado de um sistema, assinale a proposição ERRADA.

- A ( ) A variação de energia interna é nula na expansão de  $n$  mols de um gás ideal a temperatura constante.
- B ( ) A variação de energia interna é maior do que zero em um processo endotérmico a volume constante.
- C ( ) A variação de entalpia é nula em um processo de várias etapas em que os estados inicial e final são os mesmos.
- D ( ) A variação de entropia é maior do que zero em um processo endotérmico a pressão constante.
- E ( ) A variação de entropia é nula quando  $n$  mols de um gás ideal sofrem expansão livre contra pressão externa nula.

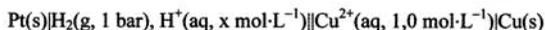


### TERMODINÂMICA

- A) **Correta.** A energia interna de um gás ideal é puramente energia cinética, portanto só depende da temperatura absoluta, sendo proporcional à mesma.
- B) **Correta.** A volume constante não há realização de trabalho e o calor recebido pelo sistema no processo é totalmente convertido em energia interna.
- C) **Correta.** A entalpia é uma propriedade de estado, portanto depende apenas dos estados inicial e final do sistema.
- D) **Correta.** Num processo isobárico e endotérmico o sistema recebe calor, que é convertido em energia interna e em trabalho de expansão. Assim, a entropia aumenta devido à elevação da temperatura e também ao aumento do volume.
- E) **Incorreta.** Numa expansão livre não há calor nem trabalho envolvidos e as variações de energia interna e temperatura são nulas, no caso de um gás ideal. No entanto, há aumento de entropia, devido à expansão volumétrica.

Resposta correta: (E)

**Questão 12.** A 25 °C, o potencial da pilha descrita abaixo é de 0,56 V. Sendo  $E^{\circ}(\text{Cu}^{2+}/\text{Cu}) = + 0,34 \text{ V}$ , assinale a opção que indica aproximadamente o valor do pH da solução.

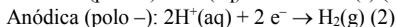
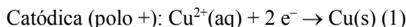


- A ( ) 6,5      B ( ) 5,7      C ( ) 3,7      D ( ) 2,0      E ( ) 1,5



ELETROQUÍMICA

As semirreações são:



A ddp da pilha é dada por:  $\text{ddp} = E_1^0 - E_2^0 \Rightarrow 0,56 \text{ V} = 0,34 \text{ V} - E_2^0 \Rightarrow E_2^0 = -0,22 \text{ V}$ .

Usando a equação de Nernst, temos:

$$E = E^0 - \frac{0,0592 \text{ V}}{n} \cdot \log \left( \frac{P_{\text{H}_2}}{[\text{H}^+]^2} \right) \Rightarrow -0,22 \text{ V} = 0 - \frac{0,0592 \text{ V}}{2} \cdot \log \left( \frac{1}{[\text{H}^+]^2} \right) \Rightarrow$$

$$-0,22 \text{ V} = -0,0592 \text{ V} \cdot \text{pH} \Rightarrow \text{pH} = 3,72.$$

Resposta correta: (C)

**Questão 13.** A pressão de vapor da água pura é de 23,8 torr a 25 °C. São dissolvidos 10,0 g de cloreto de sódio em 100,0 g de água pura a 25 °C. Assinale a opção que indica o valor do abaixamento da pressão de vapor da solução, em torr.

A ( ) 22,4

B ( ) 11,2

C ( ) 5,6

D ( ) 2,8

E ( ) 1,4



PROPRIEDADES COLIGATIVAS

O abaixamento da pressão máxima de vapor de um solvente pela adição de um soluto não volátil é calculado como segue:

$$\Delta p = x_1 \cdot p_0 \cdot i$$

Sendo:

$\Delta p$  = abaixamento absoluto da pressão máxima de vapor do solvente;

$x_1$  = fração molar do soluto =  $n_1 / (n_1 + n_2)$ ;

$p_0$  = pressão máxima de vapor do solvente puro;

$i$  = fator de Van't Hoff, que no caso do NaCl totalmente dissociado vale 2.

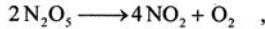
Assim, temos:

$$\Delta p = \frac{n_1}{n_1 + n_2} \cdot p_0 \cdot i$$

$$\Rightarrow \Delta p = \left( \frac{\frac{10,0 \text{ g}}{58,44 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}}}{\frac{10,0 \text{ g}}{58,44 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}} + \frac{100,0 \text{ g}}{18,02 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}}} \right) \cdot 23,8 \text{ torr} \cdot 2 \Rightarrow \Delta p = 1,4 \text{ torr}$$

Resposta correta: (E)

**Questão 14.** Considere que a decomposição do  $N_2O_5$ , representada pela equação química global



apresente lei de velocidade de primeira ordem. No instante inicial da reação, a concentração de  $N_2O_5$  é de  $0,10 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$  e a velocidade de consumo desta espécie é de  $0,022 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}\cdot\text{min}^{-1}$ . Assinale a opção que apresenta o valor da constante de velocidade da reação global, em  $\text{min}^{-1}$ .

A ( ) 0,0022

B ( ) 0,011

C ( ) 0,022

D ( ) 0,11

E ( ) 0,22



### CINÉTICA QUÍMICA

A velocidade da reação é calculada a partir da divisão da velocidade de consumo da espécie ( $N_2O_5$ ) pelo seu coeficiente estequiométrico.

$$v_{\text{reação}} = \frac{0,022 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}\cdot\text{min}^{-1}}{2} = 0,011 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}\cdot\text{min}^{-1}$$

Para a lei de velocidade de primeira ordem, temos que:

$$v = k \cdot [N_2O_5]$$

$$0,011 = k \cdot 0,1$$

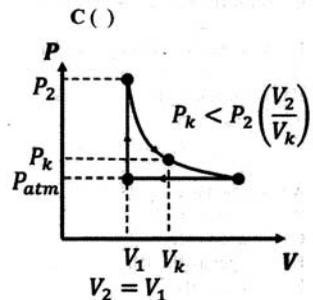
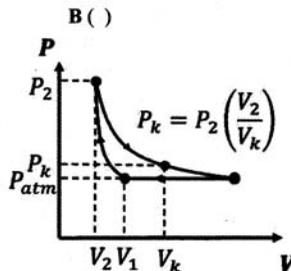
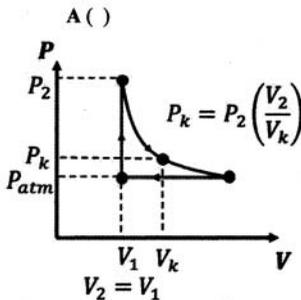
$$k = \frac{0,011}{0,1} = 0,11 \text{ min}^{-1}$$

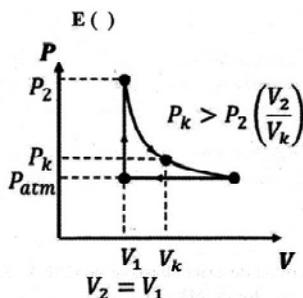
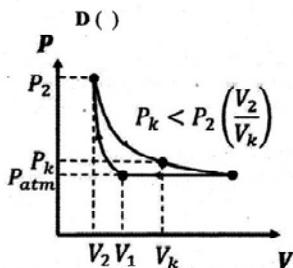
**Resposta correta: (D)**

**Questão 15.** Um motor pulso-jato é uma máquina térmica que pode ser representada por um ciclo termodinâmico ideal de três etapas:

- I. Aquecimento isocórico (combustão).
- II. Expansão adiabática (liberação de gases).
- III. Compressão isobárica (rejeição de calor a pressão atmosférica).

Considerando que essa máquina térmica opere com gases ideais, indique qual dos diagramas pressão *versus* volume a seguir representa o seu ciclo termodinâmico.





TERMODINÂMICA

Na transformação adiabática, é válida a relação:

$$P_k \cdot V_k^\gamma = P_2 \cdot V_2^\gamma$$

Sendo  $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$

Então:

$$P_k = P_2 \cdot \left(\frac{V_2}{V_k}\right)^\gamma$$

Como  $V_2 < V_k$  e  $\gamma > 1$  (pois  $C_p > C_v$ )

Temos  $P_k < P_2 \cdot \left(\frac{V_2}{V_k}\right)$

Assim, o gráfico correto encontra-se na alternativa C.

Resposta correta: (C)

**Questão 16.** Deseja-se depositar uma camada de 0,85 g de níquel metálico no catodo de uma célula eletrolítica, mediante a passagem de uma corrente elétrica de 5 A através de uma solução aquosa de nitrato de níquel. Assinale a opção que apresenta o tempo necessário para esta deposição, em minutos.

A ( ) 4,3

B ( ) 4,7

C ( ) 5,9

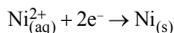
D ( ) 9,3

E ( ) 17,0



ELETROQUÍMICA

Partindo da semirreação de redução do níquel:



$$1 \text{ mol Ni}_{(s)} \rightarrow 2 \text{ mols e}^-$$

$$58,69 \text{ g} \rightarrow 193000 \text{ C}$$

$$0,85 \text{ g} \rightarrow X$$

$$X = 2795,19 \text{ C}$$

Portanto:

$$Q = i \cdot t$$

$$2795,19 = 5 \cdot t$$

$$t = 559 \text{ s} = 9,31 \text{ minutos}$$

Resposta correta: (D)

**Questão 17.** Considere as seguintes proposições para espécies químicas no estado gasoso:

- I. A energia de ionização do íon  $\text{Be}^{3+}$  é maior do que a do íon  $\text{He}^+$ .
- II. O momento dipolar elétrico total da molécula de  $\text{XeF}_4$  é maior do que o da molécula de  $\text{XeF}_2$ .
- III. A energia necessária para quebrar a molécula de  $\text{F}_2$  é maior do que a energia necessária para quebrar a molécula de  $\text{O}_2$ .
- IV. A energia do orbital 2s do átomo de berílio é igual à energia do orbital 2s do átomo de boro.

Das proposições acima, está(ão) CORRETA(S)

A ( ) apenas I.

B ( ) apenas I e IV.

C ( ) apenas II.

D ( ) apenas II e III.

E ( ) apenas IV.



ATOMÍSTICA

- I. **Correto.** Ambas são espécies unieletrônicas, sendo a carga nuclear maior em  $\text{Be}^{3+}$ ; logo essa espécie necessitará de mais energia para remover seu único elétron.
- II. **Falso.** Ambas são moléculas apolares, portanto apresentam vetor momento dipolar nulo.
- III. **Falso.** A energia de atomização em  $\text{O}_2$  é maior devido à necessidade de ruptura da dupla ligação entre os átomos de oxigênio.
- IV. **Falso.** A energia do orbital 2s do berílio é maior pela menor atração nuclear exercida pela menor carga nuclear.

Resposta correta: (A)

**Questão 18.** Considere as proposições a seguir:

- I. A reação do ácido butanóico com a metilamina forma N-metil-butanamida.
- II. A reação do ácido propanóico com 1-propanol forma propanoato de propila.
- III. 3-etil-2,2-dimetil-pentano é um isômero estrutural do 2,2,3,4-tetrametil-pentano.
- IV. O 2-propanol é um composto quiral.

Das proposições acima estão CORRETAS

A ( ) apenas I e II.

B ( ) apenas I, II e III.

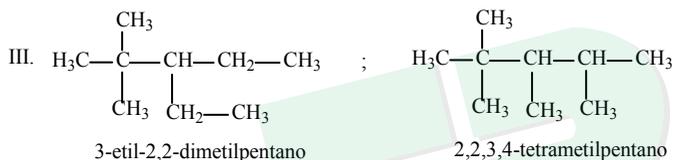
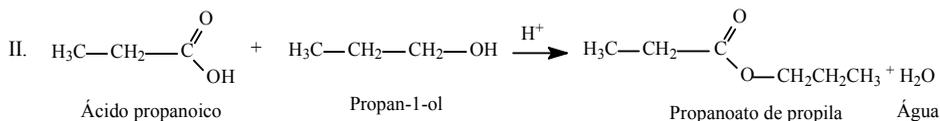
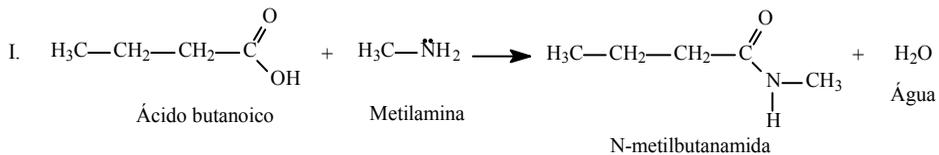
C ( ) apenas II e III.

D ( ) apenas II, III e IV.

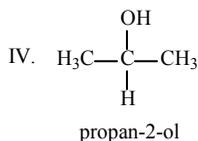
E ( ) apenas III e IV.



ISOMERIA / REAÇÕES ORGÂNICAS



Isomeria estrutural de compensação



(Na estrutura molecular não há carbono quiral, assim como não há assimetria na molécula, portanto é um composto aquiral ou simétrico).

Estão corretas as proposições I, II e III.

Resposta correta: (B)

**Questão 19.** Assinale a opção que indica a técnica de química analítica empregada em etilômetros (bafômetros) que utilizam dicromato de potássio.

A ( ) Calorimetria.

B ( ) Densimetria.

C ( ) Fotometria.

D ( ) Gravimetria.

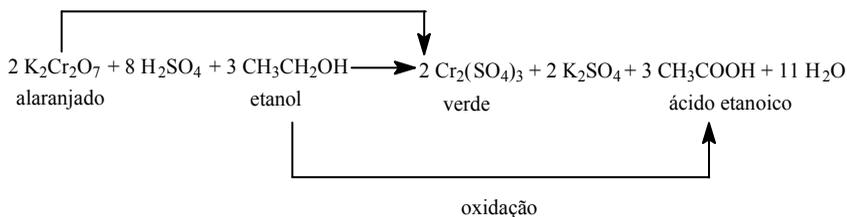
E ( ) Volumetria.



REAÇÕES ORGÂNICAS/ANÁLISE QUÍMICA

Nos etilômetros (bafômetros), que empregam o dicromato de potássio ( $\text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7$ ), o processo se baseia na mudança de cor em razão da reação de oxirredução e na técnica analítica de fotometria para determinar a concentração de etanol no sangue.

Reações de oxirredução



Resposta correta: (C)

**Questão 20.** São feitas as seguintes proposições a respeito dos hidrocarbonetos cuja fórmula molecular é  $\text{C}_5\text{H}_{10}$ :

- I. Existem apenas seis isômeros do  $\text{C}_5\text{H}_{10}$ .
- II. Pelo menos um dos isômeros do  $\text{C}_5\text{H}_{10}$  é quiral.
- III. Em condições ambiente e na ausência de luz todos os isômeros do  $\text{C}_5\text{H}_{10}$  são capazes de descolorir água de bromo.

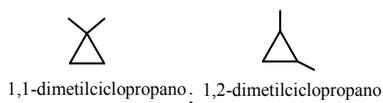
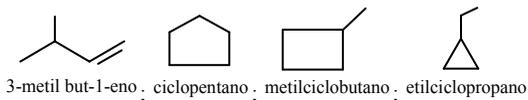
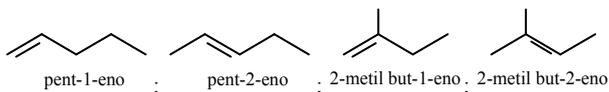
Das proposições acima é (são) CORRETA(S)

- A ( ) apenas I.
- B ( ) apenas II.
- C ( ) apenas III.
- D ( ) apenas I e III.
- E ( ) apenas II e III.



### ISOMERIA

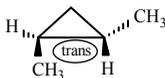
I. Isômeros do composto de fórmula  $\text{C}_5\text{H}_{10}$ .



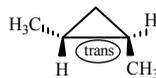
II. O composto 1,2-dimetilciclopropano existe em 3 configurações:



composto opticamente inativo por compensação interna (isômero meso)



composto opticamente ativo



composto opticamente ativo

1 par de enantiômeros

III. A reação de adição de água de bromo ocorre com os alcenos, porém não ocorre com os cicloalcanos.

Logo, somente a proposição II é verdadeira.

Resposta correta: (B)

**Questão 21.** Gás cloro é borbulhado em uma solução aquosa concentrada de NaOH a quente, obtendo-se dois ânions X e Y.

- Quais são estas espécies X e Y ?
- Com a adição de solução aquosa de nitrato de prata poder-se-ia identificar estes ânions? Justifique sua resposta utilizando equações químicas e descrevendo as características do(s) produto(s) formado(s).

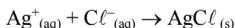


### REAÇÕES INORGÂNICAS

A reação química entre o cloro gasoso e a solução concentrada de hidróxido de sódio pode ser equacionada como segue:



- Os ânions obtidos são o cloreto ( $Cl^-$ ) e o clorato ( $ClO_3^-$ ).
- Com a adição de nitrato de prata ocorre a precipitação do íon cloreto na forma de  $AgCl$ , um sólido branco. O íon clorato não precipita.



**Questão 22.** Ambos os íons sulfeto e sulfito reagem, em meio ácido, com o íon bromato, provocando o aparecimento de uma coloração no meio reacional.

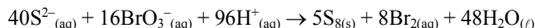
- Escreva as equações químicas balanceadas que representam as reações que provocam o aparecimento de coloração no meio reacional.
- Escreva a equação química balanceada que representa a reação envolvendo o sulfito quando há excesso do agente redutor. Nestas condições, explique o que ocorre com a coloração do meio reacional.



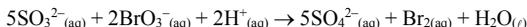
### REAÇÕES INORGÂNICAS

a) As reações químicas citadas podem ser representadas pelas equações a seguir:

• Reação entre sulfeto e bromato:

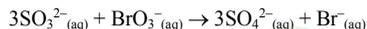


• Reação entre sulfito e bromato:



Em ambos os casos haveria formação de íon brometo ( $\text{Br}^-$ ). No entanto, este ânion também reage com bromato ( $\text{BrO}_3^-$ ) formando bromo molecular ( $\text{Br}_2$ ), o qual confere uma coloração alaranjada à solução. No caso da reação envolvendo o íon sulfeto, a formação de enxofre coloidal, que é branco, ainda provoca a turvação da solução.

b) Em excesso de agente redutor (sulfito,  $\text{SO}_3^{2-}$ ), a reação produz brometo ( $\text{Br}^-$ ) e a solução resulta incolor:



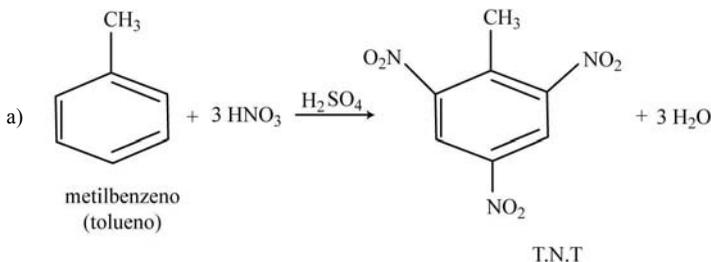
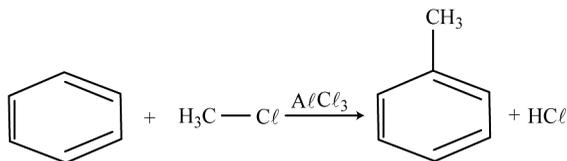
**Questão 23.** A reação do benzeno com cloreto de metila, catalisada por cloreto de alumínio, forma um produto orgânico X.

- Escreva, utilizando fórmulas estruturais, a equação química que representa a síntese de TNT (trinitrotolueno) a partir do produto X, incluindo as condições experimentais de síntese.
- Escreva o nome sistemático, segundo a IUPAC, do isômero mais estável do TNT.
- Sabendo que a sensibilidade à fricção e ao impacto do TNT está relacionada à presença de diferentes distâncias intermoleculares no sólido, em que condições a sensibilidade do TNT é minimizada?

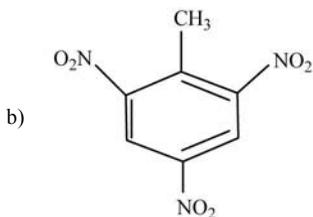


### REAÇÕES ORGÂNICAS

Reação do benzeno com cloreto de metila



O processo é realizado a partir de uma mistura concentrada de ácido sulfúrico e ácido nítrico, na qual é adicionado o tolueno sob refrigeração.



IUPAC: 2-metil-1,3,5-trinitrobenzeno

c) Como o TNT é um sólido de ponto de fusão igual a 80 °C, essa temperatura é muito inferior à necessária para sua detonação espontânea, portanto, manter o TNT em baixa temperatura reduz o risco de explosão.

**Questão 24.** Após inalar ar na superfície, uma pessoa mergulha até uma profundidade de 200 m, em apneia, sem exalar. Desconsiderando as trocas gasosas que ocorrem nos alvéolos pulmonares, calcule a pressão parcial do nitrogênio e do oxigênio do ar contido no pulmão do mergulhador.



### GASES

A cada 10 metros de profundidade, temos o aumento de 1 atm na pressão. Portanto, a pressão total na profundidade de 200 metros será:

$$P_T = 1 \text{ atm} + 20 \text{ atm} = 21 \text{ atm}$$

Considerando a porcentagem de O<sub>2</sub> no ar igual a 20% e a porcentagem de N<sub>2</sub> no Ar igual a 80%, temos que:

$$P_{O_2} = 0,2 \cdot 21 = 4,2 \text{ atm}$$

$$P_{N_2} = 0,8 \cdot 21 = 16,8 \text{ atm}$$

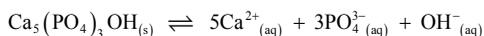
**Questão 25.** Com base no fato de que o esmalte dentário é sujeito à desmineralização, explique

- como se forma o ácido láctico na saliva humana.
- como o ácido láctico provoca a desmineralização.
- como a uréia contida na saliva ajuda a proteger contra a desmineralização do esmalte dentário causada pelo ácido láctico.



### EQUILÍBRIO QUÍMICO

- Os carboidratos dos alimentos são fermentados pelas bactérias presentes em nossa saliva, produzindo o ácido láctico e uma consequente diminuição do pH da boca.
- A composição dos dentes possui o mineral hidroxiapatita (Ca<sub>5</sub>(PO<sub>4</sub>)<sub>3</sub>OH), composto químico de caráter básico. O ácido láctico produzido na saliva reage com a hidroxila da hidroxiapatita, deslocando o equilíbrio para direita e provocando a desmineralização:



- A ureia é responsável pela formação de amônia na saliva, substância de caráter básico, que eleva o pH salivar, o que facilita a precipitação dos sais de cálcio, ou seja, reduz a desmineralização.

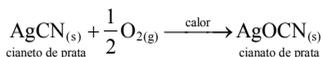
**Questão 26.** Descreva a síntese da uréia, desenvolvida por Wöhler em 1828, a partir do cianeto de prata, oxigênio molecular e cloreto de amônio.



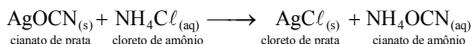
PROCESSOS DE OBTENÇÃO

O processo de síntese da ureia, desenvolvido por Wöhler, a partir do cianeto de prata, oxigênio molecular e cloreto de amônio, pode ser descrito em três etapas.

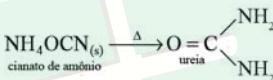
(1) Obtenção do cianeto de prata a partir do aquecimento do cianeto de prata na presença do oxigênio do ar.



(2) Obtenção do cianato de amônio a partir do cianato de prata e cloreto de amônio.



(3) Obtenção da ureia a partir do aquecimento do cianato de amônio sólido.

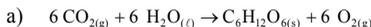


**Questão 27.** Considere que a radiação de comprimento de onda igual a 427 nm seja usada no processo de fotossíntese para a produção de glicose. Suponha que esta radiação seja a única fonte de energia para este processo. Considere também que o valor da variação de entalpia padrão da reação de produção de glicose, a 25 °C, seja igual a +2808 kJ·mol<sup>-1</sup>.

- a) Escreva a equação que representa a reação química de produção de um mol de glicose pelo processo de fotossíntese.
- b) Calcule a variação de entalpia envolvida na produção de uma molécula de glicose, via fotossíntese, a 25 °C.
- c) Calcule a energia de um fóton de radiação com comprimento de onda de 427 nm.
- d) Quantos destes fótons (427 nm), no mínimo, são necessários para produzir uma molécula de glicose?



TERMOQUÍMICA



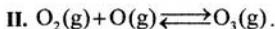
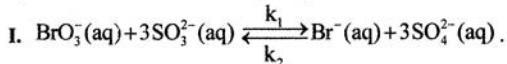
b)  $\Delta H = 1 \text{ molécula} \cdot \left( \frac{2808 \cdot 10^3 \text{ J}}{6,02 \cdot 10^{23} \text{ moléculas}} \right) = 4,66 \cdot 10^{-18} \text{ J/molécula}$

c)  $E_{\text{fóton}} = \frac{h \cdot c}{\lambda} = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot 3,0 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{427 \cdot 10^{-9} \text{ m}} \cong 4,66 \cdot 10^{-19} \text{ J/fóton}$

d) O número de fótons é dado por:

$$n_{\text{fóton}} = 4,66 \cdot 10^{-18} \text{ J} \cdot \left( \frac{1 \text{ fóton}}{4,66 \cdot 10^{-19} \text{ J}} \right) = 10 \text{ fótons}$$

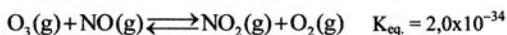
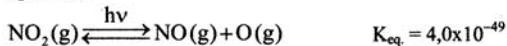
**Questão 28.** Considere as reações químicas reversíveis I e II:



A respeito das reações I e II responda às solicitações dos itens a e b, respectivamente:

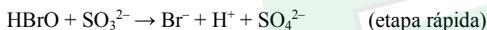
a) Sabendo que a reação I ocorre em meio ácido e que a sua reação direta é sujeita à lei de velocidade dada por  $v = k_1 [\text{BrO}_3^-][\text{SO}_3^{2-}][\text{H}^+]$ , expresse a lei de velocidade para a reação reversa.

b) Calcule a constante de equilíbrio da reação II dadas as seguintes reações e suas respectivas constantes de equilíbrio:



### CINÉTICA E EQUILÍBRIO QUÍMICO

a) Pela expressão da lei de velocidade, percebe-se que a reação não é elementar. Assim, um mecanismo plausível que satisfaça a lei de velocidade proposta é:



Como se sabe que a reação é espontânea, com formação praticamente completa de produtos (conforme questão 22), subentende-se que a última etapa da reação direta, que será a 1ª etapa da reação inversa, seja a etapa lenta do processo inverso, uma vez que as etapas seguintes dessa reação inversa envolveriam reações de espécies de menor estabilidade (maior velocidade de reação).

Portanto, a lei de velocidade da reação inversa seria:  $v = k \cdot [\text{Br}^-] \cdot [\text{H}^+] \cdot [\text{SO}_4^{2-}]$ .

b) A reação II é a soma dos inversos das reações descritas. Assim, a constante de equilíbrio é o inverso do produto das constantes das equações somadas. Logo:

$$k_{\text{II}} = \frac{1}{(4,0 \cdot 10^{-49}) \times (2,0 \cdot 10^{-34})} = 1,25 \cdot 10^{82}$$

**Questão 29.** Sobre um motor pulso jato como o apresentado na **Questão 15**, considere verdadeiras as seguintes afirmações:

- I.** A temperatura de fusão do material que compõe a câmara de combustão é 1500 K, e acima de 1200 K o material do motor começa a sofrer desgaste considerável pelos gases de combustão;
- II.** O material do motor resiste a pressões de até 30 atm;
- III.** O motor opera, em cada ciclo termodinâmico, com 0,2 mol de uma mistura de gases com comportamento ideal, iniciando o ciclo em pressão atmosférica e a temperatura de 300 K.

- a) A partir destas informações e considerando que se deseja obter, de forma segura, o máximo de trabalho por ciclo, quais devem ser a pressão e a temperatura no ponto de intersecção entre os processos I e II do ciclo termodinâmico (vide **Questão 15**)?
- b) Na mistura de gases que opera em cada ciclo há uma fração de combustível, o qual tem a reação de combustão dada por:



em que  $Q_V$  é o calor liberado a volume constante, por grama de metano. Considerando a capacidade calorífica molar a volume constante da mistura de gases igual a  $25 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$ , qual é a massa de metano utilizada pelo ciclo projetado no item anterior?



**TERMODINÂMICA**

- a) Sabe-se que  $T_1 = 300 \text{ K}$ ,  $P_1 = 1 \text{ atm}$  e  $n = 0,2 \text{ mol}$ .

Usando a temperatura limite de 1200 K, temos:

$$P_2 = P_1 \cdot \left( \frac{T_2}{T_1} \right) = 1 \cdot \left( \frac{1200}{300} \right) = 4 \text{ atm.}$$

Usando a pressão limite de 30 atm, temos:

$$T_2 = T_1 \cdot \left( \frac{P_2}{P_1} \right) = 300 \cdot \left( \frac{30}{1} \right) = 9000 \text{ K (o motor não suporta).}$$

Logo, a pressão  $P_2$  deverá ser 4 atm e a temperatura 1200 K.

- b) A queima do metano é necessária apenas para o aquecimento isocórico. Após esse processo, o gás resfria normalmente adiabaticamente.

Assim:

$$\Delta U = n \cdot C_V \cdot \Delta T = 0,2 \cdot 25 \cdot (1200 - 300) = 4500 \text{ J}$$

$$\text{Portanto: } m_{\text{CH}_4} = 4500 \text{ J} \cdot \left( \frac{1 \text{ g}}{45000 \text{ J}} \right) = 0,1 \text{ g}$$

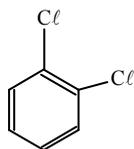
**Questão 30.** Considere as substâncias o-diclorobenzeno e p-diclorobenzeno.

- a) Escreva as fórmulas estruturais de ambas as substâncias.
- b) Para ambas as substâncias, forneça um nome sistemático diferente daquele informado no enunciado.
- c) Qual das duas substâncias tem maior ponto de ebulição? Justifique sua resposta.



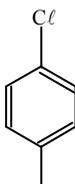
ESTRUTURAS E PROPRIEDADES DOS COMPOSTOS ORGÂNICOS

a)



o – diclorobenzeno

;



p – diclorobenzeno

- b) o – diclorobenzeno ; p – diclorobenzeno  
 ou ou  
 1,2 – diclorobenzeno 1,4 – diclorobenzeno

- c) O ponto de ebulição do o – diclorobenzeno (1,2 – diclorobenzeno) é maior do que o do p – diclorobenzeno, pois a polaridade do o – diclorobenzeno é maior. Logo, as ligações intermoleculares (dipolo – dipolo) são mais intensas no o – diclorobenzeno do que no p – diclorobenzeno.