

# INSTITUTO TECNOLÓGICO DE AERONÁUTICA

## VESTIBULAR 2020



### 2ª FASE

## PROVAS DE MATEMÁTICA E QUÍMICA

### INSTRUÇÕES

1. O tempo total para resolução das duas provas é de **quatro horas**.
2. Não é permitido deixar o local de exame antes de decorridas **duas horas** do início da prova.
3. Você poderá usar **apenas** lápis (ou lapiseira), caneta azul ou preta, de material transparente, borracha e régua. É **proibido portar qualquer outro material escolar**.
4. O caderno de questões é composto por **10 questões dissertativas** (numeradas de 01 a 10) de Matemática e **10 questões dissertativas** (numeradas de 01 a 10) de Química.
5. Você recebeu este **caderno de questões e dois cadernos de soluções** que deverão ser todos devolvidos no **final do exame**.
6. A **não devolução** do caderno de questões e/ou do caderno de soluções implicará a **desclassificação do candidato**.
7. No dia 24/12/2019, o resultado do Vestibular estará disponibilizado no *site* do ITA ([www.vestibular.ita.br](http://www.vestibular.ita.br)).
8. **Aguarde o aviso para iniciar a prova. Ao terminá-la, avise o fiscal e aguarde-o no seu lugar.**

Notações

- $\mathbb{N}$  =  $\{1, 2, 3, \dots\}$ : conjunto dos números naturais.  
 $\mathbb{R}$  : conjunto dos números reais.  
 $\mathbb{C}$  : conjunto dos números complexos.  
 $i$  : unidade imaginária,  $i^2 = -1$ .  
 $[a, b]$  =  $\{x \in \mathbb{R} : a \leq x \leq b\}$ .  
 $\overline{AB}$  : segmento de reta de extremidades nos pontos  $A$  e  $B$ .  
 $\widehat{AOB}$  : ângulo formado pelos segmentos  $\overline{OA}$  e  $\overline{OB}$ , com vértice no ponto  $O$ .  
 $C \cup D$  = união entre os conjuntos  $C$  e  $D$ .

Observação: Os sistemas de coordenadas considerados são os cartesianos retangulares.

**Questão 1.** Seja  $\lambda$  a circunferência que passa pelos pontos  $P = (1, 1)$ ,  $Q = (13, 1)$  e  $R = (7, 9)$ . Determine:  
 a) A equação de  $\lambda$ .

b) Os vértices do quadrado  $ABCD$  circunscrito a  $\lambda$ , sabendo que  $R$  é o ponto médio de  $\overline{AB}$ .

**Questão 2.** Lançando três dados de 6 faces, numeradas de 1 a 6, sem ver o resultado, você é informado de que a soma dos números observados na face superior de cada dado é igual a 9. Determine a probabilidade de o número observado em cada uma dessas faces ser um número ímpar.

**Questão 3.** Dizemos que um número natural  $n$  é um *cubo perfeito* se existe um número natural  $a$  tal que  $n = a^3$ . Determine o subconjunto dos números primos que podem ser escritos como soma de dois cubos perfeitos.

**Questão 4.** Sejam  $a$  e  $b$  dois números reais. Sabendo que o conjunto dos números reais  $k$  para os quais a reta  $y = kx$  intersecta a parábola  $y = x^2 + ax + b$  é igual a  $(-\infty, 2] \cup [6, +\infty)$ , determine os números  $a$  e  $b$ .

**Questão 5.** Considere a função  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = x^6 - 10x^4 - 4x^3 + 25x^2 + 20x + 28$ .

a) Determine dois números reais  $\alpha$  e  $\beta$  de modo que  $f$  possa ser reescrita como  $f(x) = (x^3 - 5x + \alpha)^2 + \beta$ .

b) Determine o valor mínimo de  $f$ .

c) Determine o(s) ponto(s)  $x \in \mathbb{R}$  onde  $f$  assume seu valor mínimo.

**Questão 6.** Seja  $z \in \mathbb{C}$  uma raiz da equação  $4z^2 - 4z \operatorname{sen} \alpha + 1 = 0$ , para  $\alpha \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ . Determine, em função de  $\alpha$ , todos os possíveis valores para:

a)  $2z + \frac{1}{2z}$ .

b)  $(2z)^{15} + \frac{1}{(2z)^{15}}$ .

**Questão 7.** Seja  $H$  o hexágono no plano de Argand-Gauss cujos vértices são as raízes do polinômio  $p(x) = (x - \sqrt{3})^6 + 64$ . Determine  $z \in \mathbb{C}$  sabendo que o conjunto  $M = \{zx \in \mathbb{C} : x \in H\}$  é o hexágono que possui  $v_1 = -1 + \sqrt{3}i$ ,  $v_2 = 1 - \sqrt{3}i$  e  $v_3 = 5 - \sqrt{3}i$  como três vértices consecutivos.

**Questão 8.** Considere a circunferência  $\lambda$  de centro  $O$  passando por um ponto  $A$ . Sejam  $B$  um ponto tal que  $A$  é o ponto médio de  $\overline{OB}$  e  $M$  um ponto de  $\lambda$  tal que  $\widehat{AOM} = 100^\circ$ . Seja  $r$  a reta tangente à  $\lambda$  passando por  $M$ . Seja  $\overline{DE}$  a projeção ortogonal dos segmento  $\overline{AB}$  sobre a reta  $r$ . Determine, em graus, a medida do ângulo  $\widehat{AEB}$ .

**Questão 9.** Determine todos os números inteiros  $k$  entre 0 e 200 para os quais o polinômio  $p_k(x) = x^3 - x^2 - k$  possui uma única raiz inteira. Para cada um desses valores de  $k$ , determine a raiz inteira correspondente.

**Questão 10.** Considere uma pirâmide reta  $P$  cuja base é um hexágono regular de lado  $l$ . As faces laterais dessa pirâmide formam um ângulo diedro de  $75^\circ$  com a base da própria pirâmide. Sabendo que  $P$  está inscrita em uma esfera, determine o raio dessa esfera.

# QUÍMICA

AS QUESTÕES NUMÉRICAS DEVEM SER DESENVOLVIDAS SEQUENCIALMENTE ATÉ O FINAL.

## Constantes

Constante de Avogadro ( $N_A$ ) =	$6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
Constante de Faraday (F) =	$9,65 \times 10^4 \text{ C mol}^{-1} = 9,65 \times 10^4 \text{ A s mol}^{-1} = 9,65 \times 10^4 \text{ J V}^{-1} \text{ mol}^{-1}$
Volume molar de gás ideal =	$22,4 \text{ L (CNTP)}$
Carga elementar =	$1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$
Constante dos gases (R) =	$8,21 \times 10^{-2} \text{ atm L K}^{-1} \text{ mol}^{-1} = 8,31 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1} = 1,98 \text{ cal K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$
Constante gravitacional (g) =	$9,81 \text{ m s}^{-2}$
Constante de Planck (h) =	$6,63 \times 10^{-34} \text{ m}^2 \text{ kg s}^{-1}$
Velocidade da luz no vácuo =	$3,0 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$
Número de Euler (e) =	2,72

## Definições

Pressão:  $1 \text{ atm} = 760 \text{ mmHg} = 1,01325 \times 10^5 \text{ N m}^{-2} = 1,01325 \text{ bar}$

Energia:  $1 \text{ J} = 1 \text{ N m} = 1 \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-2} = 6,24 \times 10^{18} \text{ eV}$

Condições normais de temperatura e pressão (CNTP):  $0^\circ \text{ C}$  e  $760 \text{ mmHg}$

Condições ambientes:  $25^\circ \text{ C}$  e  $1 \text{ atm}$

Condições padrão:  $1 \text{ bar}$ ; concentração das soluções =  $1 \text{ mol L}^{-1}$  (rigorosamente: atividade unitária das espécies); sólido com estrutura cristalina mais estável nas condições de pressão e temperatura em questão.

(s) = sólido. (l) = líquido. (g) = gás. (aq) = aquoso. (conc) = concentrado. (ua) = unidades arbitrárias.

u.m.a. = unidade de massa atômica. [X] = concentração da espécie química X em  $\text{mol L}^{-1}$

$\ln X = 2,3 \log X$

## Massas Molares

Elemento Químico	Número Atômico	Massa Molar ( $\text{g mol}^{-1}$ )	Elemento Químico	Número Atômico	Massa Molar ( $\text{g mol}^{-1}$ )
H	1	1,01	S	16	32,06
C	6	12,01	K	19	39,10
N	7	14,01	Cr	24	52,00
O	8	16,00	Fe	26	55,85
Na	11	22,99	Zn	30	65,38
Cl	17	35,45	I	53	126,90

**Questão 1.** Para uma reação reversível de uma etapa  $2A+B \rightleftharpoons C+D$ , a constante de velocidade para a reação direta,  $k_1$ , é de  $406 \text{ L mol}^{-1} \text{ min}^{-1}$ , e a constante de velocidade para a reação inversa,  $k_{-1}$ , é de  $244 \text{ L mol}^{-1} \text{ min}^{-1}$ . A energia de ativação para a reação direta é de  $26,2 \text{ kJ mol}^{-1}$  ( $E_{a,\text{direta}}$ ), e para a reação inversa é de  $42,4 \text{ kJ mol}^{-1}$  ( $E_{a,\text{inversa}}$ ).

- Desenhe um diagrama de energia para essa reação, apresentando os valores de (i)  $\Delta E$ , (ii)  $E_{a,d}$ , e (iii)  $E_{a,i}$ .
- Discuta o efeito de elevação da temperatura na constante de velocidade direta ( $k_1$ ) e inversa ( $k_{-1}$ ).
- Calcule a constante de equilíbrio (K) e descreva o efeito de elevação de temperatura.

**Questão 2.** Os biodigestores possibilitam o reaproveitamento de detritos convertendo material orgânico em metano, que é utilizado como combustível em sistemas de geração de energia. Um laticínio utiliza a queima do metano para aquecer  $1 \text{ m}^3/\text{h}$  de água, de  $25 \text{ }^\circ\text{C}$  a  $100 \text{ }^\circ\text{C}$  em uma caldeira que opera a  $1 \text{ atm}$ . Sabendo-se que  $25 \%$  do calor produzido no processo é perdido e que, nessas condições, a combustão completa do metano produz água líquida, determine

- a) a entalpia molar da combustão do metano;
- b) a taxa de calor necessária para aquecer a água;
- c) a vazão de metano, em  $\text{kg/h}$ , que deve alimentar a caldeira.

Dados:  $\Delta H_f^\circ(\text{CH}_4(\text{g})) = -17,9 \text{ kcal mol}^{-1}$ ;  $\Delta H_f^\circ(\text{CO}_2(\text{g})) = -94,1 \text{ kcal mol}^{-1}$ ;  $\Delta H_f^\circ(\text{H}_2\text{O}(\text{g})) = -57,9 \text{ kcal mol}^{-1}$ ;  $\Delta H_{\text{eb}}^\circ(\text{H}_2\text{O}(\text{l})) = -10,5 \text{ kcal mol}^{-1}$ ;  $c_p^\circ(\text{H}_2\text{O}(\text{l})) = 1 \text{ cal g}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ ;  $\rho(\text{H}_2\text{O}(\text{l})) = 1 \text{ g cm}^{-3}$

**Questão 3.** A obtenção de biodiesel a partir de óleos vegetais (triacilgliceróis) é uma alternativa para a produção de combustíveis menos poluentes, sendo possível catalisar a reação com um ácido ou uma base. Escreva a equação química balanceada que representa a reação

- a) de obtenção de triacilglicerol a partir de glicerol e ácido graxo com cadeia alquílica representada por  $R_1$ .
- b) de obtenção de biodiesel a partir do triacilglicerol obtido em (a) e etanol.
- c) paralela e indesejada que poderia ocorrer se, na reação descrita em (b), fosse utilizado hidróxido de sódio como catalisador, tendo também a presença de água na reação.

**Questão 4.** Uma barra de zinco foi soldada a um tubo de ferro fundido para protegê-lo contra a corrosão, estando ambos enterrados no solo. Sabendo que uma corrente constante de  $0,02 \text{ A}$  escoa entre os dois, responda:

- a) Qual é a semirreação que ocorre na superfície da barra de zinco?
- b) Como a reação descrita em (a) atua para proteger o ferro contra corrosão?
- c) Como se chama este sistema de proteção contra a corrosão?
- d) Qual deve ser a massa do metal consumida em 10 anos?

**Questão 5.** A partir do isótopo  ${}^x_z A$  ocorrem três processos sucessivos de decaimento radioativo que levam à formação do isótopo final D. A partir de  ${}^x_z A$  há emissão de uma partícula beta, produzindo o nuclídeo B. Este, por sua vez, libera uma partícula beta formando o nuclídeo C. O nuclídeo D é produzido a partir de C por meio de emissão de uma partícula alfa. Escreva as equações nucleares dessas três etapas, fornecendo os números de massa e atômico dos nuclídeos B, C e D em função de x e y. Esboce um gráfico da quantidade de cada nuclídeo em função do tempo até a produção de D e o consumo de todos os demais nuclídeos. Considere que a constante de velocidade é a mesma em todas as etapas.

**Questão 6.** A reação de isomerização do cis-2-buteno para formar o isômero trans-2-buteno, que é mais estável por  $4 \text{ kJ mol}^{-1}$ , ocorre em fase gasosa em uma única etapa com energia de ativação de  $264 \text{ kJ mol}^{-1}$ . Essa reação ocorre de forma muito mais rápida quando assistida por iodo molecular em fase gasosa como catalisador. A lei de velocidade da reação catalisada é dada por

$$\text{velocidade} = k[\text{cis} - 2 - \text{buteno}][\text{I}_2]^{\frac{1}{2}}$$

O mecanismo proposto para a reação catalisada é baseado em cinco etapas:

- I. As moléculas de iodo se dissociam para formar átomos de iodo com energia de dissociação igual a  $75 \text{ kJ mol}^{-1}$ ;
- II. Um dos átomos de iodo é adicionado a um dos átomos de carbono que tem ligação dupla, quebrando essa ligação para formar uma ligação simples C-C. O sistema molecular formado encontra-se a  $118 \text{ kJ mol}^{-1}$  acima dos reagentes;
- III. Uma das extremidades da molécula sofre torção livre em relação à outra extremidade. A energia do sistema molecular após a torção continua a  $118 \text{ kJ mol}^{-1}$  acima dos reagentes;
- IV. O átomo de iodo ligado ao carbono dissocia-se do sistema molecular intermediário e a ligação dupla é formada novamente no isômero trans. Esse processo libera  $47 \text{ kJ mol}^{-1}$  de energia;
- V. Os átomos de iodo se recombinaam para formar o iodo molecular, liberando  $75 \text{ kJ mol}^{-1}$  de energia.

Baseado nessas informações:

- a) esboce em uma mesma figura os perfis de energia para a reação de isomerização do cis-2-buteno com e sem a presença de catalisador. Deixe claro, usando diferentes notações, os dois perfis e os valores das energias envolvidas;
- b) escreva as reações químicas que ocorrem em cada etapa da reação catalisada para formar a reação global.

**Questão 7.** Considere a conformação estrutural das moléculas 1,3-dietilcicloexano, 1,4-dietilcicloexano e 2,3 diclorobutano. Pedem-se:

- a) Desenhe todas as estruturas conformacionais;
- b) Determine o número de centros quirais em cada molécula;
- c) Identifique todos os pares enantioméricos e os compostos meso, se presentes.

**Questão 8.** Dicromato de potássio, enxofre e água reagem produzindo hidróxido de potássio, óxido de cromo III e dióxido de enxofre. Para oxidar 96 g de enxofre, são utilizados 50% de dicromato de potássio em excesso. Sabendo que o rendimento da reação é de 80%, determine:

- a) a equação balanceada da reação química;
- b) a massa de dicromato de potássio utilizada;
- c) a massa de dióxido de enxofre produzida.

**Questão 9.** A produção de borrachas e espumas é comumente realizada pela síntese de poliuretanos. Para tal produção, a polimerização ocorre a partir de um poliol e um isocianato.

- a) Apresente a(s) reação(ões) químicas da polimerização e formação de poliuretano a partir de um diol e um diisocianato.
- b) A água, quando presente no meio, gera reação(ões) paralela(s) e é determinante na produção de espumas. Apresente essa(s) reação(ões).

**Questão 10.** Considere a titulação de um ácido por meio da adição de uma base. Calcule o pH inicial e o pH no ponto de equivalência e construa a curva de titulação, ou seja, o gráfico do pH em função da porcentagem de ácido neutralizado. Apresente os cálculos realizados para os três casos. Dados eventualmente necessários:  $\log 2 = 0,3$ ;  $\sqrt{2} = 1,4$ ;  $\log 1,4 = 0,14$ .

- a) Ácido forte (HCl,  $0,1 \text{ mol L}^{-1}$ ) com uma base forte (NaOH,  $0,1 \text{ mol L}^{-1}$ );
- b) Ácido forte (HCl,  $0,2 \text{ mol L}^{-1}$ ) com uma base fraca hipotética (XOH,  $0,2 \text{ mol L}^{-1}$ ;  
 $K_b(\text{XOH}) = 1,0 \times 10^{-5}$ );
- c) Ácido fraco hipotético (HZ,  $0,2 \text{ mol L}^{-1}$ ;  $K_a(\text{HZ}) = 1,0 \times 10^{-5}$ ) com uma base forte (NaOH,  $0,2 \text{ mol L}^{-1}$ ).