

# INSTITUTO TECNOLÓGICO DE AERONÁUTICA



## VESTIBULAR 2024

### 2ª FASE

## MATEMÁTICA E QUÍMICA

### INSTRUÇÕES

1. O tempo total para resolução das duas provas é de **quatro horas**.
2. Não é permitido deixar o local de exame antes de decorridas **duas horas** do início da prova.
3. Você poderá usar **apenas** caneta esferográfica de corpo transparente com tinta preta, lápis ou lapiseira, borracha, régua transparente simples e compasso. **É proibido portar qualquer outro material escolar.**
4. Você recebeu este **caderno de questões, um caderno de soluções de Matemática e um de Química.**
5. Não é permitido destacar qualquer das folhas que compõem os cadernos de questões ou de soluções.
6. O caderno de questões é composto por **10 questões dissertativas** (numeradas de 01 a 10) de **Matemática** e **10 questões dissertativas** (numeradas de 01 a 10) de **Química.**
7. A resolução das questões de Matemática e de Química devem ser apresentadas nos respectivos cadernos de soluções, **no local destinado a cada questão.**
8. Apenas as resoluções presentes nos espaços destinados para uma dada questão serão consideradas na correção dessa questão. Não será considerado para correção o conteúdo das páginas de rascunho.
9. Nas questões que envolvem cálculo matemático, as **expressões numéricas devem ser resolvidas até o final, sob pena de prejuízo à nota.**
10. É obrigatória a **devolução dos cadernos de questões e de soluções, sob pena de desclassificação do candidato.**
11. No dia 04/12/2023 serão divulgadas as médias obtidas nas provas da segunda fase.
12. **Aguarde o aviso para iniciar a prova. Ao terminá-la, avise o fiscal e aguarde-o no seu lugar.**

## MATEMÁTICA

---

**Convenções:** Considere o sistema de coordenadas cartesiano, a menos que haja indicação contrária.

$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$	: denota o conjunto dos números naturais.
$\mathbb{R}$	: denota o conjunto dos números reais.
$\mathbb{C}$	: denota o conjunto dos números complexos.
$i$	: denota a unidade imaginária, $i^2 = -1$ .
$M_{k,n}(\mathbb{R})$	: denota o conjunto das matrizes $k \times n$ de entradas reais.
$M_n(\mathbb{R})$	: denota o conjunto das matrizes $n \times n$ de entradas reais.
$\overline{AB}$	: denota o segmento de reta de extremidades nos pontos $A$ e $B$ .
$AB$	: denota a reta que passa pelos pontos $A$ e $B$ .
$m(\overline{AB})$	: denota o comprimento do segmento $\overline{AB}$ .
$A^T$	: denota a transposta da matriz $A$ .

---

**Questão 1.** Sejam  $(a_n)$  uma progressão aritmética e  $(b_n)$  uma progressão geométrica. Se a razão de  $(a_n)$  é  $r$ ,  $r \neq 0$ , a razão de  $(b_n)$  é  $q = 1/r$ ,  $a_1 = b_1 = 4$  e

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = \frac{50}{3},$$

determine  $n$  de modo que a soma dos  $n$  primeiros termos da progressão geométrica seja igual a  $-80$ .

**Questão 2.** Quatro cidades  $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $D$  estão ligadas por seis pontes distintas da seguinte maneira:

- uma ponte liga  $A$  e  $B$ ;
- uma ponte liga  $B$  e  $C$ ;
- uma ponte liga  $C$  e  $D$ .
- uma ponte liga  $A$  e  $C$ ;
- duas pontes ligam  $B$  e  $D$ ;

Quantos caminhos são possíveis ligando todas as cidades e passando por todas as pontes uma única vez, sabendo que é permitido passar em uma mesma cidade mais de uma vez?

**Questão 3.** Determine todos os valores reais de  $x$  para os quais

$$|\log_{1/2} |x|| + |\log_2 |x|| < 4.$$

**Questão 4.** Dada uma matriz  $A \in M_n(\mathbb{R})$  simétrica, dizemos que  $A$  é definida positiva se

$$X^T A X = [y], \quad y > 0,$$

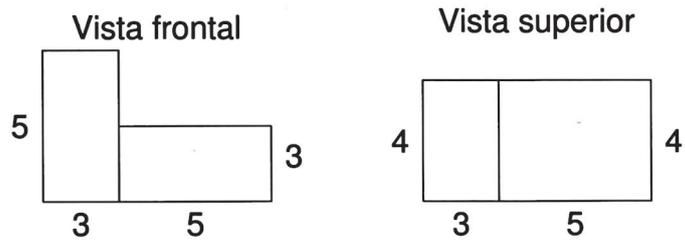
para toda  $X \in M_{n,1}(\mathbb{R})$  que tem ao menos uma entrada não-nula. Encontre todos os possíveis valores de  $b \in \mathbb{R}$  tais que a matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & b \\ b & 1 \end{pmatrix}$$

seja definida positiva.

**Questão 5.** Encontre as raízes do polinômio  $p(x) = x^4 - 4x^3 + 9x^2 - 10x - 14$ , sabendo que vale a relação  $p(1+x) = p(1-x)$ , para todo  $x \in \mathbb{C}$ .

**Questão 6.** O sólido  $S$  é formado pela união de dois paralelepípedos retângulos congruentes, com posição e medidas conforme a figura.



Seja  $\overline{AB}$  um segmento de reta completamente contido em  $S$  que contém um dos vértices de  $S$ . Encontre o maior valor possível de  $m(\overline{AB})$ .

**Questão 7.** Determine a equação da circunferência de maior raio que é tangente ao eixo  $y$  e passa pelos pontos  $(1, 4)$  e  $(3, 6)$ .

**Questão 8.** Considere a parábola de equação  $y = 4x - x^2$  com vértice no ponto  $V$ . Seja  $T$  o trapézio  $PABV$ , onde  $P = (0, 0)$ ,  $A$  é um ponto com abscissa no intervalo  $[2, 4]$  e ordenada nula e  $B$  é um ponto na parábola com ordenada positiva. Sabendo que  $m(\overline{AB}) = \frac{7}{8}\sqrt{5}$ , determine a área de  $T$ .

**Questão 9.** Seja  $z = 1 + ai$  uma raiz do polinômio  $p(x) = x^4 + 10x^2 + mx + 29$ , onde  $a$  e  $m$  são números reais. Determine a área do quadrilátero cujos vértices são as quatro raízes complexas de  $p(x)$  no plano de Argand-Gauss.

**Questão 10.** Sabendo que  $\tan(\alpha + \beta) = -2$  e  $\sin(\alpha) = (4 - \sqrt{5})\sin(\beta)$  para  $\alpha, \beta \in (0, \pi/2)$ , calcule

$$\tan\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right), \tan\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right) \text{ e } \frac{\tan\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)}{\tan\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right)}.$$

## QUÍMICA

### Constantes

Constante de Avogadro ( $N_A$ ) =  $6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

Constante de Faraday ( $F$ ) =  $9,65 \times 10^4 \text{ C mol}^{-1} = 9,65 \times 10^4 \text{ A s mol}^{-1} = 9,65 \times 10^4 \text{ J V}^{-1} \text{ mol}^{-1}$

Carga elementar =  $1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$

Constante dos gases ( $R$ ) =  $8,21 \times 10^{-2} \text{ atm L K}^{-1} \text{ mol}^{-1} = 8,31 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1} = 1,98 \text{ cal K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$

Constante de Planck ( $h$ ) =  $6,63 \times 10^{-34} \text{ J s}$

Velocidade da luz no vácuo =  $3,0 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$

Número de Euler ( $e$ ) = 2,72

### Definições

Pressão: 1 atm = 760 Torr =  $1,01325 \times 10^5 \text{ N m}^{-2} = 1,01325 \text{ bar}$

Energia: 1 J = 1 N m =  $1 \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-2} = 6,24 \times 10^{18} \text{ eV}$

Condições normais de temperatura e pressão (CNTP): 0 °C e 1 atm, equivalente a um volume de um gás ideal de 22,4 L.

Condições ambientes: 25 °C e 1 atm

Condições padrão: 1 bar; concentração das soluções =  $1 \text{ mol L}^{-1}$  (rigorosamente: atividade unitária das espécies); sólido com estrutura cristalina mais estável nas condições de pressão e temperatura em questão.

(s) = sólido. (l) = líquido. (g) = gasoso. (aq) = aquoso. (conc) = concentrado. (ua) = unidades arbitrárias. u.m.a. = unidade de massa atômica. [X] = concentração da espécie X em  $\text{mol L}^{-1}$ .

$\ln X = 2,3 \log X$

$\log 2 = 0,30$

EPH = eletrodo padrão de hidrogênio

### Massas Molares

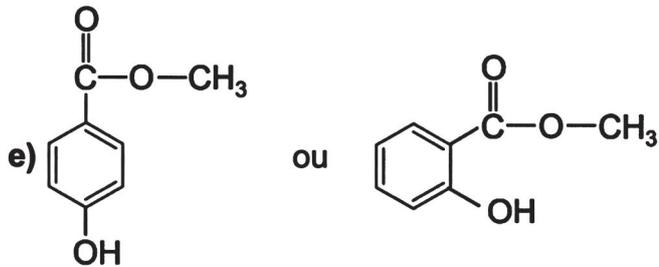
Elemento Químico	Número Atômico	Massa Molar (g mol <sup>-1</sup> )	Elemento Químico	Número Atômico	Massa Molar (g mol <sup>-1</sup> )
H	1	1,01	K	19	39,10
B	5	10,81	Zn	30	65,38
C	6	12,01	Se	34	78,96
N	7	14,01	Nb	41	92,91
O	8	16,00	Ag	47	107,87
Na	11	22,99	Te	52	127,60
S	16	32,06	Po	84	209,00
Cl	17	35,45			

## QUÍMICA

---

**Questão 1.** Para cada par de substâncias abaixo, indique qual apresenta maior ponto de fusão e justifique sua indicação.

- a) Benzeno ou Naftaleno
- b) Ácido etanoico ou Propanona
- c) H<sub>2</sub>O ou D<sub>2</sub>O
- d) CSe<sub>2</sub> ou CS<sub>2</sub>



## QUÍMICA

---

**Questão 2.** Considere as seguintes substâncias:

- I. 2-metil-1-butanol
- II. 3-metil-2-butanol

Escreva as equações químicas que descrevem as reações abaixo, apresentando a fórmula estrutural dos compostos orgânicos envolvidos, ou seja, reagentes, eventuais produtos intermediários e produtos finais.

- a) I com excesso de agente oxidante.
- b) II com excesso de agente oxidante.
- c) II com o produto final da reação do item a), em meio ácido.
- d) Produto orgânico final do item b) com  $\text{NaBH}_4(\text{aq})$ , seguido de tratamento com ácido diluído.

## QUÍMICA

---

**Questão 3.** São descritos dois experimentos (Exp. 1 e Exp. 2) a respeito de uma solução aquosa de uma substância A, de massa molar igual a  $50 \text{ g mol}^{-1}$ , que não se dissocia e não se volatiliza. Os experimentos foram realizados a  $25 \text{ }^\circ\text{C}$ .

Exp. 1 – Em um béquer, foram dissolvidos 100 g da substância A em 360 mL de água pura. A seguir, colocou-se o béquer em um recipiente que foi fechado.

Exp. 2 – Em um béquer denominado I, preparou-se a mesma solução descrita no Exp.1, e em outro béquer denominado II, adicionou-se 360 mL de água pura. Em seguida, os béqueres I e II foram colocados em um recipiente que foi fechado.

Considere que a solução aquosa de A se comporte idealmente, a massa específica da água seja  $1 \text{ g cm}^{-3}$  e a pressão de vapor da água seja 23,8 Torr a  $25 \text{ }^\circ\text{C}$ .

A partir das informações acima:

- a) determine os valores numéricos das frações molares da substância A e da água na solução do Exp. 1;
- b) determine o valor numérico da fração molar da água na fase de vapor no Exp.1;
- c) determine o valor numérico da pressão de vapor da água, em Torr, no Exp. 1;
- d) desconsiderando o efeito causado pelo volume do recipiente no Exp. 2, descreva sucintamente e de forma qualitativa o que acontecerá com o volume do líquido no béquer I após o equilíbrio ter sido atingido.

## QUÍMICA

---

**Questão 4.** Considere as semicélulas descritas e os respectivos potenciais do elemento galvânico em relação ao eletrodo padrão de hidrogênio.

Semicélula A:  $\text{Ag}_2\text{O}(\text{s})|\text{Ag}(\text{s})$  em meio básico;  $E^\circ = 0,342 \text{ V}$ ;

Semicélula B:  $\text{NbO}_2(\text{s})|\text{Nb}(\text{s})$  em meio ácido;  $E^\circ = -0,690 \text{ V}$ .

Com base nas informações fornecidas, apresente:

- a) As equações químicas-balanceadas que representam as semirreações, especificando o cátodo e o ânodo.
- b) A equação química que representa a reação global.
- c) O valor numérico da força eletromotriz.

## QUÍMICA

**Questão 5.** Os dados da tabela abaixo foram obtidos em um estudo de determinação dos parâmetros cinéticos de uma reação hipotética e irreversível do tipo  $A + B \rightarrow C + D$ .

Experimento	[A] (mol L <sup>-1</sup> )	[B] (mol L <sup>-1</sup> )	T (K)	v (mol L <sup>-1</sup> min <sup>-1</sup> )
1	0,50	0,50	400	$1,25 \cdot 10^{-2}$
2	0,50	0,25	400	$6,25 \cdot 10^{-3}$
3	1,00	0,25	400	$2,50 \cdot 10^{-2}$
4	0,50	0,50	500	$1,25 \cdot 10^{-1}$

Não havendo mudança no mecanismo da reação no intervalo de temperatura considerado, determine os seguintes valores numéricos:

- Ordem da reação em relação ao reagente A.
- Ordem da reação em relação ao reagente B.
- Ordem global da reação.
- Constante de velocidade da reação a 400 K, com sua respectiva unidade de medida.
- Constante de velocidade da reação a 500 K, com sua respectiva unidade de medida.
- Energia de ativação da reação, em kcal mol<sup>-1</sup>.

## QUÍMICA

---

**Questão 6.** Considere que a água destilada esteja em equilíbrio com a atmosfera, em dois ambientes distintos (I e II), nos quais a pressão parcial de  $\text{CO}_2$  foi medida em  $p_{\text{CO}_2,\text{I}} = 300 \times 10^{-6} \text{ atm}$  e  $p_{\text{CO}_2,\text{II}} = 600 \times 10^{-6} \text{ atm}$ . Com base nessas informações e considerando apenas a primeira dissociação do ácido carbônico,

- a) escreva a equação química que representa o equilíbrio entre a água e o  $\text{CO}_2$ ;
- b) escreva uma expressão matemática para o pH da amostra de água em função da pressão parcial de  $\text{CO}_2$ ;
- c) determine o valor numérico da diferença de pH ( $\text{pH}_{\text{II}} - \text{pH}_{\text{I}}$ ) entre as duas amostras de água.

## QUÍMICA

---

**Questão 7.** Uma solução foi preparada por meio da dissolução de 1,330 g de uma mistura de NaCl(s) e KCl(s) em água. A essa solução, foram adicionados 10 mL de uma solução 4,0 mol.L<sup>-1</sup> em AgNO<sub>3</sub> para precipitar todo cloreto na amostra. Posteriormente, o sólido foi removido e uma placa de zinco foi adicionada à solução sobrenadante. Após um tempo suficiente para a reação completa, verificou-se uma variação de massa de 1,506 g na placa de zinco. Com base nessas informações, determine as quantidades, em mol, de:

- a) zinco consumido na placa;
- b) cloreto na solução inicial;
- c) NaCl(s) e KCl(s) na mistura inicial.

## QUÍMICA

---

**Questão 8.** As resinas epoxídicas contêm pelo menos dois grupos epóxidos terminais por molécula e reagem com um agente de cura para a formação de um polímero por meio de uma reação de cura (ou reticulação). Uma forma comum de se obter resina epoxídica envolve a reação entre epicloridrina (1-cloro-2,3-epoxipropano) e bisfenol-A (4,4'-dihidroxi-2,2-difenilpropano).

- a) Apresente a fórmula estrutural da epicloridrina e do bisfenol-A.
- b) Escreva a equação química balanceada entre as substâncias do item a) para a formação de uma resina epoxídica.
- c) Escreva a equação química entre um anel epóxido e o agente de cura 4,4'-Diaminodifenilmetano (DDM).

## QUÍMICA

---

**Questão 9.** Seja a reação  $A \xrightarrow{k_1} B$ , que apresenta lei de velocidade de primeira ordem (em relação a A) e constante de velocidade  $k_1$  igual a  $5 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$  a 300 K. A reação reversa,  $B \xrightarrow{k_2} A$ , também é de primeira ordem (em relação a B) e, a 300 K, tem uma constante de velocidade  $k_2$  igual a um milésimo de  $k_1$ . A constante de velocidade total em direção ao equilíbrio é dada pela soma das constantes de velocidade direta e reversa, e para cada aumento de 10 K na temperatura, os valores de  $k_1$  são duplicados e os de  $k_2$  são quadruplicados.

Deseja-se realizar essa reação buscando a máxima constante de velocidade total possível, mas utilizando um reator limitado a uma temperatura de trabalho de até 500 K, e mantendo um rendimento mínimo de 24,41%, representado por  $\frac{[B]_{\text{eq}}}{[A]_{\text{eq}}} \geq \frac{1}{4,096}$ . Com base nessas restrições, determine:

- qual das propriedades constitui o limitante para a operação do reator, a temperatura ou o rendimento;
- o valor numérico da temperatura de operação;
- o valor numérico do rendimento de operação;
- se a constante de velocidade total na condição de operação supera o valor de  $10 \text{ s}^{-1}$ .

## QUÍMICA

---

**Questão 10.** Sejam as substâncias simples na forma alotrópica mais estável nas condições padrão dos elementos de números atômicos  $Z$ ,  $(Z-2)$  e  $(Z-3)$ . Considere que 96,0 g da substância simples gasosa de um calcogênio de número atômico  $Z$  reage estequiometricamente com

- I. a substância simples sólida do elemento de número atômico  $(Z-2)$ , formando aproximadamente 132,0 g de um gás;
- II. a substância simples sólida do elemento de número atômico  $(Z-3)$ , formando aproximadamente 139,2 g de um sólido.

Responda as questões abaixo, utilizando as informações fornecidas.

- a) Identifique os elementos químicos de números atômicos  $Z$ ,  $(Z-2)$  e  $(Z-3)$ .
- b) Apresente a equação química balanceada que representa a reação entre as substâncias simples dos elementos de números atômicos  $Z$  e  $(Z-2)$ .
- c) Apresente a equação química balanceada que representa a reação entre as substâncias simples dos elementos de números atômicos  $Z$  e  $(Z-3)$ .

Rascunho