



CONCURSO DE ADMISSÃO
AO
CURSO DE FORMAÇÃO E GRADUAÇÃO

MATEMÁTICA - 2025/2026

CADERNO DE QUESTÕES



1ª QUESTÃO

Valor: 1,0

Seja i tal que $i^2 = -1$. Considere o número complexo $z = \alpha + \beta i$, sendo α e β números inteiros não nulos. Sabendo que $z^3 = -9 + 46i$, determine α e β .

2ª QUESTÃO

Valor: 1,0

Calcule as soluções reais da equação

$$x^4 + (2x + 7)^3 + 14x^3 + \frac{147}{2}x^2 + \frac{7^3}{2}x = -\frac{7^4}{16}$$

3ª QUESTÃO

Valor: 1,0

Considere a função $f : [0,1) \rightarrow \mathbb{R}$, definida por

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{x^n}$$

e $a \in [0,1)$, $a \neq \frac{1}{9}$. Dentre todas as retas secantes ao gráfico da função f nos pontos $(a, f(a))$ e $(x, f(x))$, $x \neq a$, a que tem o menor coeficiente angular é aquela que é paralela à reta de equação $ky - 4x = 2026$. Determine o valor de k em função de a .

4ª QUESTÃO

Valor: 1,0

Seja i tal que $i^2 = -1$. Determine os valores do complexo z que satisfazem a equação

$$i \left(\frac{z + \bar{z}}{z - \bar{z}} + \frac{z^2 + (\bar{z})^2}{z^2 - (\bar{z})^2} \right) - \left(\frac{z + \bar{z}}{z - \bar{z}} \right) \left(\frac{z^2 + (\bar{z})^2}{z^2 - (\bar{z})^2} \right) = 1$$

em que $\bar{z}$ representa o conjugado de z .

5ª QUESTÃO

Valor: 1,0

Sejam a , b e c números reais positivos. Prove que

$$(a + b + c) \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) \geq 9.$$

6ª QUESTÃO	Valor: 1,0
Seja $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{2027}$ uma sequência de números reais tal que $a_1 = 1$, $a_4 = 10$ e que o sistema linear $\begin{cases} x + 2y + z = a_j \\ x + 3y + z = a_{j+1} \\ x + 4y + z = a_{j+2} \end{cases}$ é possível para cada $j = 1, \dots, 2025$. Calcule $\sum_{j=1}^{2025} (x_j + y_j + z_j)$, em que (x_j, y_j, z_j) representa uma solução do sistema para cada $j = 1, \dots, 2025$.	
7ª QUESTÃO	Valor: 1,0
A probabilidade de um computador estar infectado por um vírus é de 90%. Um programa antivírus detecta a presença de vírus em um computador infectado com probabilidade de 95%, mas indica a presença de vírus quando o computador não está infectado com probabilidade de 1%. O programa analisou um dado computador e respondeu que o mesmo não está infectado. Qual é a probabilidade do computador examinado estar infectado?	
8ª QUESTÃO	Valor: 1,0
Prove que o sistema admite uma única solução real e calcule essa solução. $\begin{cases} x + \log(x + \sqrt{x^2 + 1}) = y \\ y + \log(y + \sqrt{y^2 + 1}) = z \\ z + \log(z + \sqrt{z^2 + 1}) = x \end{cases}$	
9ª QUESTÃO	Valor: 1,0
No quadrado $ABCD$ de lado a, são dados os pontos M sobre o lado BC e N sobre o lado CD de forma que AMN seja um triângulo equilátero. Calcule, em função de a, o raio do círculo inscrito no triângulo CMN.	
10ª QUESTÃO	Valor: 1,0
Seja o tetraedro regular $ABCD$ de aresta a e a esfera inscrita no mesmo. Considerando cada vértice, traça-se um plano distinto da base oposta, paralelo a esta base e tangente à esfera. Um novo tetraedro é então formado a partir do vértice A e dos novos vértices definidos pela interseção do novo plano traçado, paralelo à base BCD, com o tetraedro $ABCD$. Analogamente faz-se o mesmo processo para os vértices B, C e D. Em seguida, inscreve-se uma esfera em cada novo tetraedro criado. Repete-se o processo de forma indefinida. Calcule em função de a o volume ocupado por todas as esferas interiores ao tetraedro $ABCD$.	